

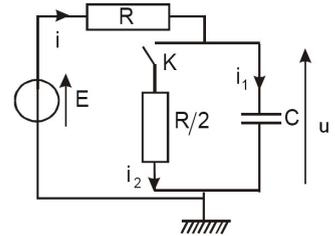


Capacités exigibles :

- Déterminer des conditions initiales et finales à partir d'une approche qualitative ◐.
- Savoir résoudre une équation différentielle du premier ordre ✕.
- Prévoir l'évolution d'un système s'appuyant sur un portrait de phase □.

Exercice 1 Régimes transitoires d'un circuit RC*** ◐✕

Nous considérons le circuit ci-contre. Nous noterons i , l'intensité dans le résistor de résistance R , i_1 l'intensité dans le condensateur de capacité C , i_2 l'intensité dans le résistor de résistance $\frac{R}{2}$ et u la tension aux bornes du condensateur. L'interrupteur est ouvert depuis très longtemps.



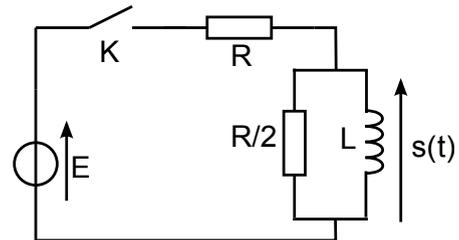
À l'instant $t = 0$, pris pour origine des temps, nous fermons l'interrupteur K .

1. Préciser i , i_1 , i_2 et u à l'instant $t = 0^-$, juste avant la fermeture de l'interrupteur K .
2. Préciser i , i_1 , i_2 et u à l'instant $t = 0^+$.
3. Même question quand t tend vers l'infini.
4. En utilisant les lois de Kirchhoff, écrire les différentes relations entre i , i_1 , i_2 , R , E , C et u .
5. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$, la résoudre puis tracer l'allure de $u(t)$.

Exercice 2 Régime transitoire avec une bobine

À la date $t = 0$, on ferme l'interrupteur K dans le circuit suivant.

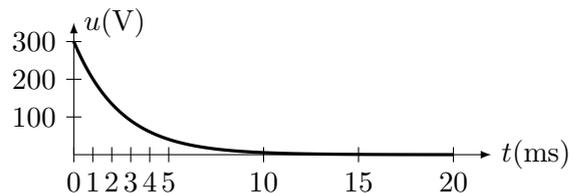
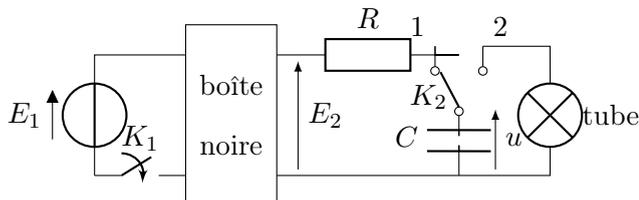
1. Déterminer la valeur de $s(0^+)$ ainsi que la valeur $s(+\infty)$.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$ pour $t \geq 0$. En déduire l'expression de $s(t)$.
3. Tracer l'allure de $s(t)$. Exprimer en fonction de R et L la date t_0 à laquelle $s(t_0) = \frac{s(0^+)}{10}$.



4. On mesure expérimentalement $t_0 = 3,0 \mu s$. On donne $R = 1000 \Omega$. Calculer L .
5. On remplace le générateur continu par un générateur délivrant un signal périodique en créneaux. Quel doit être l'ordre de grandeur de la fréquence du générateur pour qu'on puisse mesurer expérimentalement à l'aide de l'oscilloscope la date t_0 ?

Exercice 3 Flash d'appareil photo ✕

Pour délivrer un éclair très bref, de puissance lumineuse suffisante, on utilise un tube à décharge nécessitant une tension élevée pour son amorçage. Cette tension, typiquement de l'ordre de 300 V, est obtenue à partir d'une pile de 9 V à l'aide d'un dispositif électronique non décrit (boîte noire).



On prendra dans la suite : $E_1 = 9,00 \text{ V}$; $E_2 = 300 \text{ V}$; $R = 1,00 \text{ k}\Omega$; $C = 150 \mu\text{F}$. On ferme l'interrupteur K_1 . Le dispositif électronique produit en sortie une tension $E_2 = 300 \text{ V}$. On ferme ensuite l'interrupteur K_2 dans la position (1) pour charger le condensateur initialement déchargé. Puis on bascule l'interrupteur K_2 dans la position (2). Le condensateur se décharge alors rapidement dans le tube à décharge, produisant l'éclair lumineux. L'évolution de la tension aux bornes du condensateur lors de cette décharge est représentée ci-dessus.

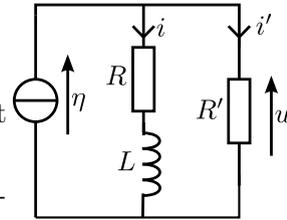
1. Calculer la constante de temps τ de la charge du condensateur et indiquer le temps nécessaire à cette charge.
2. Calculer l'énergie E_C stockée dans le condensateur à la fin de la charge.

3. Pourquoi effectue-t-on une charge sous haute tension ?
4. Déterminer la constante de temps τ' de la décharge au travers du tube à éclat. En assimilant le tube à éclat, après son amorçage, à une résistance r , en déduire la valeur de celle-ci.
5. Comparer τ et τ' Commenter.

Exercice 4 Circuit RL soumis à un échelon de courant OX

Le circuit que l'on considère est soumis à un échelon de courant délivré par un générateur idéal de courant tel que $\eta = 0$ pour $t < 0$ et $\eta = I_0 = 1,0 \text{ A}$ pour $t \geq 0$.

1. Déterminer $i(0^+)$ et $i'(0^+)$.
2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'intensité instantanée $i(t)$ du courant qui traverse la bobine. Dans la suite : $R = 100 \Omega$, $R' = 300 \Omega$ et $L = 100 \text{ mH}$.
3. Proposer un code python permettant de résoudre numériquement à l'aide de la méthode d'Euler cette équation différentielle et d'afficher les courbes de $i(t)$ et de $u(t)$.



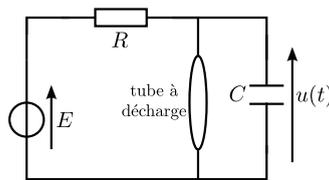
Exercice 5 Étude d'un éclairage par tube à décharge OX

Un tube à décharge pour l'éclairage (appelé improprement « tube néon ») est un dipôle électrique qui possède les caractéristiques suivantes :

- Lorsqu'il est éteint, il est équivalent à un interrupteur ouvert
- Lorsqu'il est allumé, il se comporte comme un conducteur ohmique de résistance R_L

De plus, le tube à décharge s'allume dès que la tension à ses bornes dépasse la valeur V_a (tension d'allumage) et s'éteint dès que cette tension devient inférieure à V_e (tension d'extinction)

A l'instant $t = 0$, on alimente le tube par un générateur de Thévenin (de tension continue $E > V_a$ et de résistance R), et on le branche en parallèle avec un condensateur de capacité C initialement déchargé.



Application numérique : $E = 100 \text{ V}$; $V_a = 80 \text{ V}$; $V_e = 30 \text{ V}$; $R = 3,0 \text{ k}\Omega$; $C = 1,0 \mu\text{F}$ et $R_L = 1,0 \text{ k}\Omega$.

Première phase : amorçage

1. Expliquer pourquoi le tube à décharge ne s'allume pas immédiatement à $t = 0$.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ lorsque le tube est éteint.
3. Déterminer l'expression de $u(t)$.
4. Représenter graphiquement $u(t)$ et, en vous aidant de ce graphe, montrer que, compte tenu des données numériques, il existe un instant t_1 auquel le tube s'allume. Déterminer l'expression littérale de t_1 , puis calculer t_1 .

Deuxième phase : tube à décharge allumé À partir de la date $t = t_1$, le tube à décharge est allumé.

5. Représenter le montage équivalent.
6. Établir la nouvelle équation différentielle vérifiée par $u(t)$.
7. Déterminer $u(t)$ pour $t > t_1$.
8. Représenter graphiquement $u(t)$ pour $t > t_1$ et, en vous aidant de ce graphe, montrer qu'il existe un instant t_2 à partir duquel le tube à décharge s'éteint. Montrer que $t_2 = t_1 + R_0 C \ln \left(\frac{V_a - E_0}{V_e - E_0} \right)$ puis calculer numériquement t_2 .

Troisième phase : tube à décharge éteint A partir de l'instant $t = t_2$, le tube à décharge est à nouveau éteint.

9. Quelle est l'équation vérifiée par $u(t)$ lorsque $t > t_2$?
10. Déterminer $u(t)$ pour $t > t_2$.
11. Déterminer l'expression littérale de l'instant t_3 où le tube à décharge se rallume à nouveau, puis calculer t_3 .

Bilan sur le fonctionnement du tube à décharge

12. Représenter l'allure de la tension $u(t)$ pour $0 \leq t \leq t_3$.
13. Le tube à décharge s'allume et s'éteint donc périodiquement. Déterminer la période T de ce phénomène en régime établi.

Solutions des exercices

¹Réponses : 5) $u(t) = \frac{E}{3} \left(1 + 2e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$

²Réponses : 1) $s(0^+) = \frac{E}{3}$, $s(+\infty) = 0 \text{ V}$; 2) $s(t) = \frac{E}{3} e^{-\frac{t}{\tau}}$, $\tau = \frac{3L}{R}$; 3) $t_0 = \tau \ln 10$; 4) $L = 0,43 \text{ mH}$; 5) $f \approx 77 \text{ kHz}$

³Réponses : 1) $\tau = 150 \text{ ms}$; 2) $E_C = 6,75 \text{ J}$; 4) $r = \frac{\tau'}{C} = 17 \Omega$.

⁴Réponses : 2) $i(t) = \frac{R'I_0}{R'+R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$