CLASSES DE PCSI 1 et 3 - Corrigé du D.L N° 8 DE PHYSIQUE

Problème 1 : Résistances d'entrée et de sortie, influence sur les mesures…

1) En circuit ouvert (le courant est nul), la tension aux bornes du générateur de Thévenin est : $s = E$.

2) En reconnaissant un diviseur de tension :

$$\boxed{s = \frac{R.E}{R + R_S}}$$

Sachant que $R_S = 50\ \Omega$, pour $R = 50\ \Omega$ on constate que $s = \frac{E}{2}$ et pour $R = 5{,}0\ k\Omega$ alors $s = 0{,}99.E$.
Connaissant la f.é.m. E du générateur réel, on peut rechercher la valeur particulière de R pour laquelle $s = \frac{E}{2}$: alors $R = R_S$.

3) Pour pouvoir assimiler le générateur réel à un générateur idéal, il faut que $s = E$. Ceci est vérifié pour $R \gg R_S$. Pour mesurer la tension E à 5,0 % près, il faut que $s \geq 0{,}95.E$ c.àd. que $\frac{R}{R+R_S} \geq 0{,}95$ soit $R \geq 0{,}95\ k\Omega$.

4) Soit $R_{éq} = \frac{R.R_e}{R+R_e}$ la résistance équivalente aux deux résistances R et R_e montées en dérivation. En reconnaissant un diviseur de tension, on peut poser que :

$$s = \frac{R_{éq}.E}{R_{éq} + R_S}$$

En explicitant, on établit que :

$$\boxed{s = \frac{R.R_e.E}{R.R_S + R_e.R_S + R.R_e}}$$

Avec $R_S = 50\ \Omega$ et $R_e = 1{,}0\ M\Omega$, pour $R = 50\ \Omega$: $s = 0{,}50.E$ et pour $R = 5{,}0\ k\Omega$, $s = 0{,}99.E$. On constate que l'oscilloscope ne perturbe pas la mesure ceci grâce à sa grande résistance d'entrée.

5) Là encore, en reconnaissant un diviseur de tension, on peut dire que : $s = \frac{R.E}{2.R} = \frac{E}{2}$

Avec l'appareil de mesure de résistance d'entrée R_e, si on note $R_{éq} = \frac{R.R_e}{R+R_e}$ la résistance équivalente on peut dire que :

$$s = \frac{R_{éq}.E}{R_{éq} + R}$$

En explicitant :

$$\boxed{s = \frac{R_e.E}{2.R_e + R}}$$

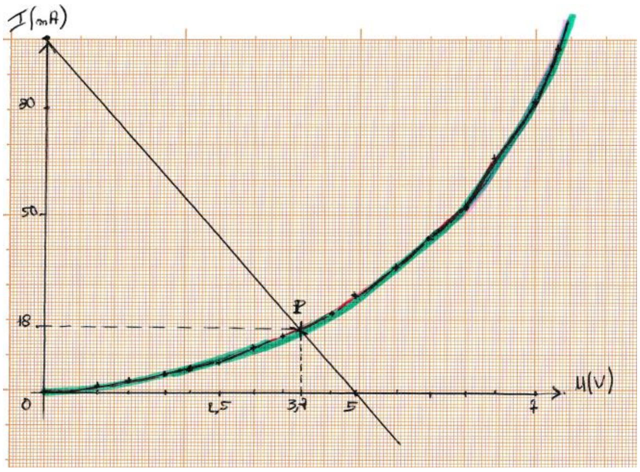
Avec $R_e = 1{,}0\ M\Omega$ et $R = 1{,}0\ M\Omega$: $s = \frac{E}{3}$ Pour que l'appareil soit sans effet sur la mesure, il faut que $R \ll R_e$ ainsi on vérifie que : $s = \frac{R_e.E}{2.R_e+R} = \frac{E}{2}$

6) Pour ne pas être gêné par l'influence de R_S et de R_e, en ordre de grandeur on peut dire que :

$$\boxed{1{,}0\ k\Omega < R < 10\ k\Omega}$$

7)-a- Caractéristique courant-tension $I = f(U)$ de la varistance :
La varistance est un dipôle non linéaire. On constate que plus la tension à ses bornes est élevée, plus la conductance est grande donc plus la résistance est faible.

7)-b- Détermination graphique du point de fonctionnement : en posant $u = E - r.I$ on peut dire que :

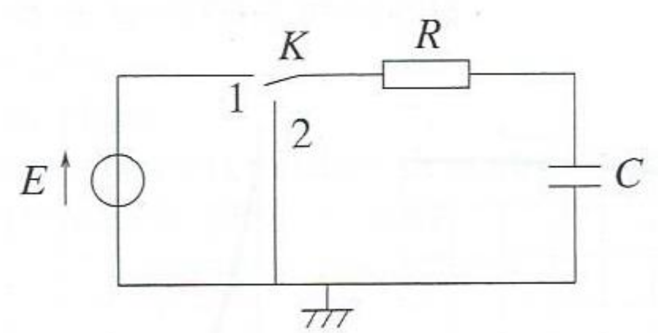


$I = I_0 - g.u$ avec $I_0 = \frac{E}{r} = 100\ mA$ et $g = \frac{1}{r} = 20\ mS$, soit $P(3{,}7\ V; 18\ mA)$. Si E augmente, P est translaté le long de la caractéristique de la varistance vers la D.

Problème 2 : Etude de circuits RC

A : Etude expérimentale d'un circuit RC

1) Initialement le condensateur est non chargé. Quand on bascule l'interrupteur dans la position 1, on constate que le condensateur se charge. La tension aux bornes du condensateur évolue de manière transitoire vers un régime permanent. Quand le régime permanent est établi, la tension aux bornes du condensateur est égale à E.



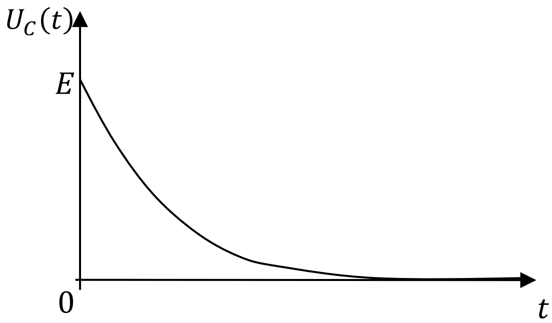
2) Si on considère que le régime permanent est atteint : $U_C(0^-) = E$. Sachant qu'il n'y a pas de discontinuité de la tension au bornes d'un condensateur : $U_C(0^-) = U_C(0^+) = E$. Appliquons la loi des mailles au circuit pour $t \geq 0$: $U_C(t) + U_R(t) = 0$.

Avec $U_R(t) = R.i(t) = R.C.\left(\frac{dU_c(t)}{dt}\right)$, on établit l'équation différentielle :

$$\boxed{\frac{dU_c(t)}{dt} + \frac{U_C(t)}{R.C} = 0}$$

dont la solution est du type : $U_C(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = R.C$ temps caractéristique du circuit. En tenant compte des conditions initiales : $U_C(0) = A = E$, on établit que $U_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Allure de $U_C(t)$:



3) Avec $U_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$: $ln\left(\frac{E}{U_C}\right) = \frac{t}{\tau}$: fonction linéaire croissante de pente $\frac{1}{\tau}$

4)

$t(s)$	5	10	15	20	30	45	60	90	120	150
$ln\left(\frac{E}{U_C}\right)$	0,10	0,20	0,30	0,40	0,60	0,90	1,2	1,8	2,4	3,0

En traçant l'allure de $ln\left(\frac{E}{U_C}\right)$, on vérifie que la caractéristique est linéaire de pente $p = 0{,}02\ s^{-1}$. La constante de temps expérimentale est $\tau_{exp} = 50\ s$. Sachant que $\tau = R.C = 10.10^6.10.10^{-6} = 100\ s$: la théorie n'est pas en accord avec l'expérience.

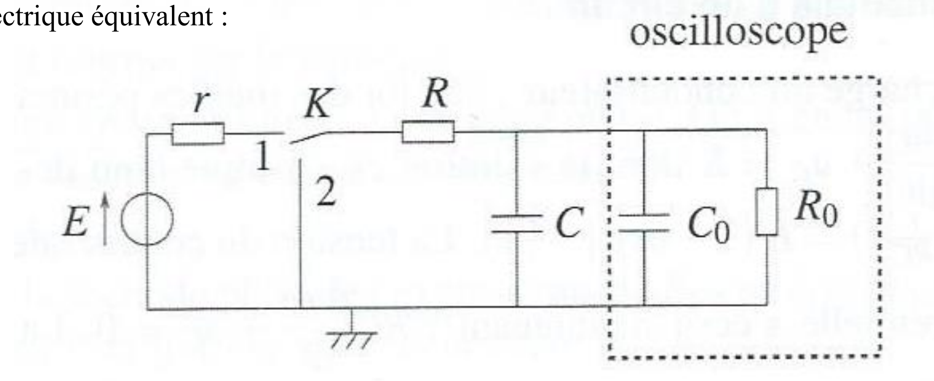
5) Pour qu'on puisse supposé que $U_{C,exp} = U_{C,théo}$ il faut que la résistance d'entrée du voltmètre soit très grande devant la résistance R du circuit. Avec $R = 10\ M\Omega$, cette hypothèse n'est pas vérifiée.

Comme la pente τ_{exp} est deux fois plus faible que la valeur attendue : $R_{exp} = \frac{R}{2}$ donc la résistance d'entrée du voltmètre R_{volt} est égale à la résistance : $R_{volt} = R = 10\ M\Omega$.

6) Pour que l'expérience soit en accord avec la théorie, il faut que $R_{volt} \gg R$.

7) Le GBF peut être modélisé par un générateur de Thévenin de résistance interne $r = 50\ \Omega$.

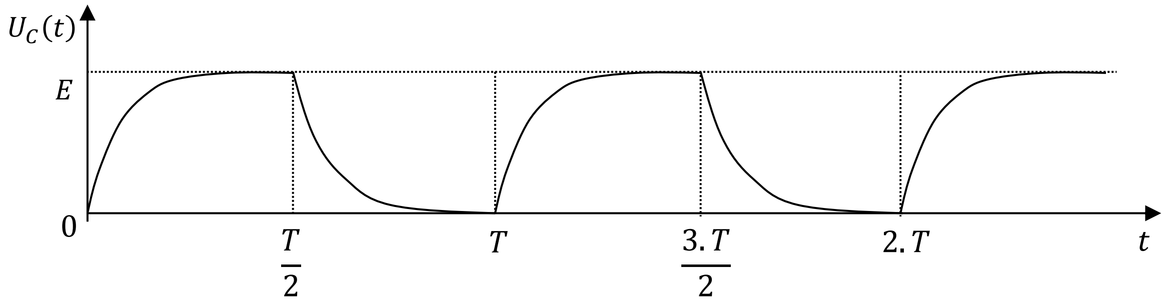
8) Schéma électrique équivalent :



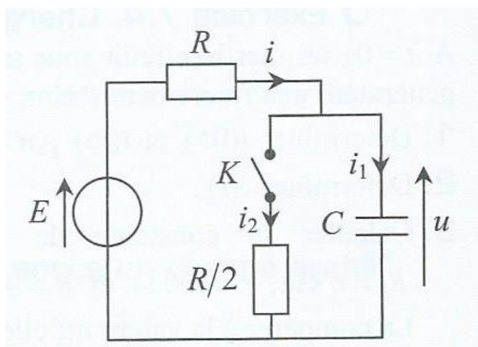
9) Pour que l'oscilloscope ne perturbe pas la mesure, il faut que le courant qui pénètre dans l'oscilloscope soit faible devant le courant qui circule dans le circuit. Il faut donc que sa résistance d'entrée soit très grande devant la résistance du circuit : $R_0 \gg R + r$ et que sa capacité $C_0 \ll C$ (avec $i_C(t) = C.\frac{dU_C(t)}{dt}$ et $i_{C0}(t) = C_0.\frac{dU_C(t)}{dt}$). Dans un oscilloscope en mode DC, R_0 et C_0 sont de l'ordre de 1 $M\Omega$ et de 50 pF donc les conditions $R_0 \gg R$ et $C_0 \ll C$ sont respectées.

10) Le GBF impose un signal carré compris entre 0 et E.

11) Pour observer complètement la charge et la décharge du condensateur, il faut que la demi-période du GBF soit de l'ordre de quelques τ. Si on pose que $\frac{T}{2} > 5.\tau$ alors $T > 10.\tau = 100\ \mu s$ et $f < 1kHz$.
Allure de $U_C(t)$:



B : Charge ou décharge d'un condensateur...?



1) A $t = 0^-$, l'interrupteur K est ouvert donc $i_2(0^-) = 0$. Sachant que K est ouvert depuis très longtemps (régime permanent établi) le condensateur est chargé donc : $u(0^-) = E$. Sachant que $i_1(t) = C.\frac{du(t)}{dt}$, à $t = 0^-$: $i_1(0^-) = 0$. Ainsi $i(0^-) = i_1(0^-) + i_2(0^-) = 0$.
2) Sachant qu'il n'y a pas de discontinuité de la tension aux bornes du condensateur : $u(0^+) = u(0^-) = E$.
Avec $u(0^+) = \frac{R}{2}.i_2(0^+) = E$ on détermine $i_2(0^+) = \frac{2.E}{R}$

Appliquons la loi des mailles à $t = 0^+$: $E = R.i(0^+) + u(0^+)$. Avec $u(0^+) = E$ on en déduit que $i(0^+) = 0$ et que $i_1(0^+) = -i_2(0^+) = -\frac{2.E}{R}$.

3) Pour $t \to \infty$ on peut considérer que le régime permanent est établi donc $i_1(\infty) = C.\frac{du(t)}{dt} = 0$. Ainsi le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert et : $i(\infty) = i_2(\infty) = \frac{2.E}{3.R}$. La tension $u(\infty)$ est donnée par la loi d'Ohm : $u(\infty) = \frac{R}{2} i_2(\infty) = \frac{E}{3}$

4) Pour établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ appliquons les lois de Kirchhoff au circuit :

- Loi des mailles : $E = R.i(t) + u(t)$
- Loi des nœuds : $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$

Avec $u(t) = \frac{R}{2} i_2(t)$ et $i_1(t) = C.\frac{du(t)}{dt}$ on établit l'équation différentielle suivante :

$$E = R.C.\frac{du(t)}{dt} + 3.u(t)$$

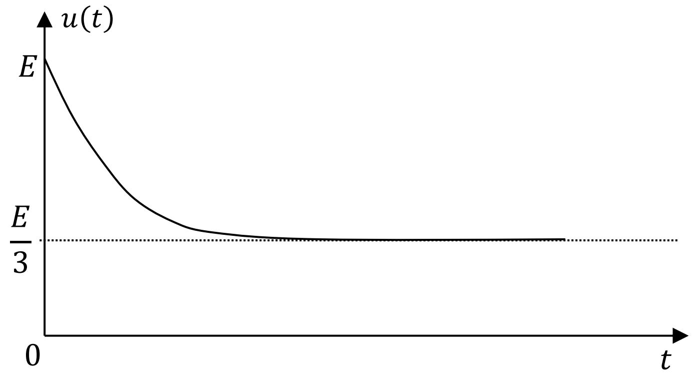
Si on pose que $\tau = \frac{R.C}{3}$ alors on vérifie bien que :

$$\boxed{\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = \frac{E}{3.\tau}}$$

5) La solution de cette équation différentielle est du type : $u(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{3}$ Sachant qu'à $t = 0$, $u(0) = E$. On établit que $A = \frac{2.E}{3}$. Soit :

$$\boxed{u(t) = \frac{E}{3}.\left(1 + 2.e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

Allure de $u(t)$:



6) Intensité $i(t)$ dans le circuit : $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$. Avec $i_2(t) = \frac{2.u(t)}{R} = \frac{2.E}{3.R}.\left(1 + 2.e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ et $i_1(t) = C.\frac{du(t)}{dt} = -\frac{2.E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$. En explicitant, on établit que :

$$\boxed{i(t) = \frac{2.E}{3.R}.\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$$

7) L'énergie stockée dans le condensateur à un instant t est donnée par : $E_{cond}(t) = \frac{1}{2}C.u(t)^2$. La variation d'énergie stockée entre $t = 0$ et t infini est :

$$\Delta E_{cond} = E_{cond}(\infty) - E_{cond}(0)$$

En explicitant : $\Delta E_{cond} = \frac{1}{2}C.\left(\frac{E}{3}\right)^2 - \frac{1}{2}C.E^2 = -\frac{1}{2}C\frac{8.E^2}{9} = -\frac{4}{9}C.E^2 < 0$: le condensateur libère de l'énergie dans sa décharge (partielle).

8) Le graphe correspond à l'allure de $i(t)$. Détermination graphique du temps caractéristique : $\tau = 3{,}0.10^{-5}\ s$. Sachant que $i(\infty) = \frac{2.E}{3.R} = 0{,}0017\ A = 1{,}7\ mA$ avec $E = 5{,}0\ V$; $R = 2{,}0\ k\Omega$. Avec $\tau = \frac{R.C}{3}$ on détermine $C = 45\ nF$.