

Exercice 1 Navigation d'une planche à voile par vent arrière

Ce problème porte sur l'étude de la propulsion des planches à voile, dans un modèle simplifié. Afin de comprendre les différents phénomènes physiques responsables du déplacement de la planche à voile sur un plan d'eau ainsi que des changements de directions de la planche, nous allons nous intéresser tout d'abord à la force propulsive associée au vent.

A Une première approche : collisions des molécules d'air sur la voile

Dans un premier temps, on considère une planche à voile qui se déplace dans la même direction que le vent. La vitesse du vent est supposée constante, elle est caractérisée par le vecteur $\vec{v}_v = v_v \vec{e}_x$.

La vitesse de la planche à voile est caractérisée par le vecteur $\vec{v}_p = v_p \vec{e}_x$, colinéaire à $\vec{v}_v$, et telle que $\vec{v}_v \cdot \vec{v}_p > 0$.

La voile est assimilée à un triangle isocèle plein de surface S , dont l'un des deux côtés de longueur identique a constitue le mât de la voile. L'angle au sommet symétrique du triangle isocèle est appelé α . Le mât de la voile fait un angle θ avec la verticale. Le poids du mât sera négligé dans cette partie. Le point d'attache du mât sur la planche est noté O .

Dans cette sous-partie, nous supposons que le plan de la voile est orthogonal à la fois à la direction du vent et au plan contenant la planche. Le plan de la planche est supposé horizontal. Ces différentes informations sont récapitulées sur la figure 1 ci-dessous.

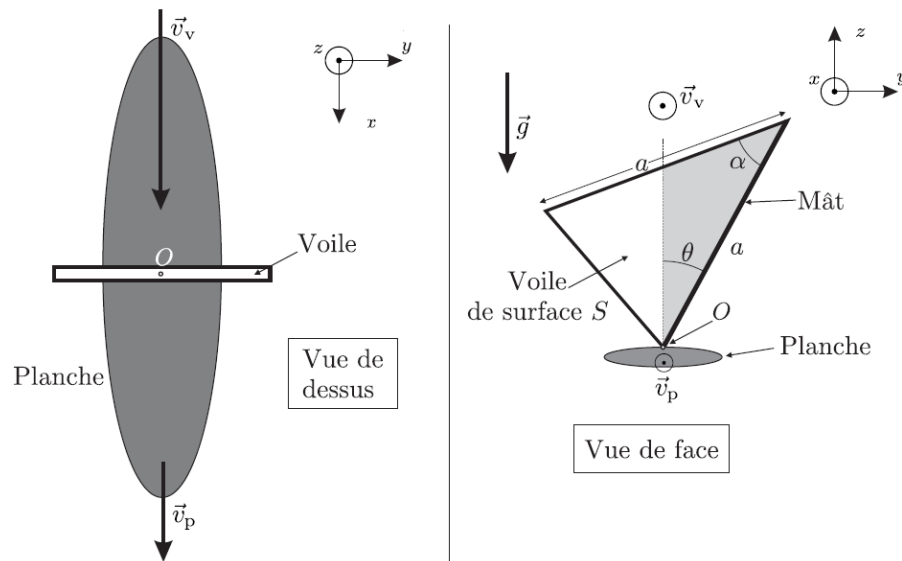


FIGURE 1 – Représentation schématisée de la planche et de sa voile.

Afin d'estimer la force propulsive du vent dans la voile dans cette configuration particulière, le modèle le plus simple consiste à supposer que l'air est un gaz homogène composé de particules de masse m se déplaçant à une vitesse $\vec{v}_v$. Lors du choc avec la voile, ces particules cèdent intégralement leur quantité de mouvement à la voile. On admet que le temps caractéristique τ associé à la collision d'une particule d'air avec la voile correspond à celui du transfert de sa quantité de mouvement. On négligera les effets de bord dans ce modèle.

A.1 Exprimer le nombre N de particules d'air qui entrent en collision avec la voile pendant un temps τ en fonction de m , S , v_v et τ et de la masse volumique de l'air notée ρ_a .

A.2 En précisant les hypothèses nécessaires, déterminer l'expression de la force $\vec{f}$ associée à l'impact d'une molécule.

A.3 En déduire l'expression de la force propulsive $\vec{F}$ exercée dans la voile par le vent en fonction de ρ_a , v_v et S .

Il existe une valeur d'angle $\theta = \theta_d$ pour laquelle le mode de propulsion envisagé permet un déplacement en ligne droite dans la direction du vent, sans dérive ou changement de direction. Dans cette configuration, notée S , la force propulsive se répartit symétriquement sur les deux parties de la voile séparées par l'axe $(O, \vec{e}_z)$.

A.4 Établir l'expression de S en fonction de a et de α .

Établir l'expression de la surface S' de la voile située à la droite de la verticale et représentée en grisé sur la vue de face de la figure 1. On exprimera S' en fonction de a , α et θ . En déduire que la configuration $\mathcal{S}$ est caractérisée par la relation : $\tan \theta_d = \frac{\sin \alpha}{2 - \cos \alpha}$. Déterminer la valeur numérique de θ_d pour une voile dont l'angle au sommet est $\alpha = 60^\circ$.

B Prise en compte d'éléments de mécanique des fluides

Le modèle simple de collisions entre les molécules d'air et la voile ne donne qu'une estimation de l'ordre de grandeur de la force propulsive sur la voile. En effet, ce modèle néglige complètement la mécanique des fluides autour de la voile. En particulier, les écoulements de l'air autour de la voile ne sont pas pris en compte. Lors de la mesure de ces écoulements en soufflerie avec une voile fixe, rigide et perpendiculaire au vent, on trouve une force propulsive phénoménologique colinéaire à la direction du vent de la forme :

$$\vec{F}_{\text{pro}} = \frac{1}{2} \rho_a C_v S v_c^2 \vec{e}_x \quad (1)$$

Dans cette relation, le coefficient sans dimension C_v , dépend de plusieurs facteurs dont la courbure de la voile, son orientation par rapport à l'écoulement moyen mais aussi et dans une moindre mesure de la vitesse du vent. Nous supposons par la suite que la force propulsive est donnée par la relation (1), avec un coefficient C_v indépendant de la vitesse du vent.

Par ailleurs, le déplacement de la planche à la surface de l'eau engendre une force résistante entre la planche et l'eau, qui dépend de la vitesse de la planche par rapport à l'eau. Nous supposons pour simplifier que cette force est de direction opposée à la force propulsive, et que son intensité est donnée par une relation inspirée de la relation (1), soit

$$\vec{F}_{\text{res}} = -\frac{1}{2} \rho_e C_p S_p v_p^2 \vec{e}_x \quad (2)$$

dans laquelle on a utilisé maintenant la masse volumique ρ_e de l'eau, la surface de frottement effective entre la planche et l'eau S_p et le coefficient sans dimension C_p .

B.1 Lorsque la planche à voile se déplace à une vitesse $\vec{v}_p$, quelle est l'expression de la vitesse du vent qui souffle dans la voile relativement au référentiel entraîné avec la planche ? Ce vent s'appelle le vent apparent, sa vitesse est notée $\vec{v}_{va}$ **c'est elle qu'il faut prendre en compte dans l'expression (1) de la force propulsive.**

B.2 En supposant un mouvement uniforme de la planche à voile à la vitesse $\vec{v}_p$, exprimer la norme de cette vitesse en fonction de v_v et de la quantité $\sigma = \sqrt{\frac{\rho_e C_p S_p}{\rho_a C_v S}}$. Est-il possible pour la planche à voile d'aller plus vite que le vent ?

Exercice 2 Étude d'une Locomotive Diesel

Le moteur des premières locomotives diesels fut inventé en 1892 par l'ingénieur allemand Rudolf Diesel. Mais ces premières locomotives furent un échec : le nombre de vitesses de leur transmission mécanique était insuffisant. La locomotive diesel électrique se passe de boîte de vitesse mécanique : elle est munie d'un moteur diesel qui, en tournant, entraîne un alternateur. Ce dernier fournit de l'énergie à plusieurs moteurs électriques de traction : en somme, cette locomotive fabrique grâce au moteur thermique sa propre électricité.

A Transformations d'un gaz parfait

On supposera que le gaz n'est soumis qu'aux forces de pression. On s'intéresse à une transformation de ce gaz parfait qui le fait passer de l'état initial de pression P_i et de volume V_i à l'état final de pression P_f et de volume V_f . On exprimera les réponses aux questions qui suivent, uniquement en fonction de P_i , V_i , P_f , V_f , et de γ .

A.1 Exprimer le travail W_{isoV} échangé par ce gaz lors d'une transformation isochore réversible.

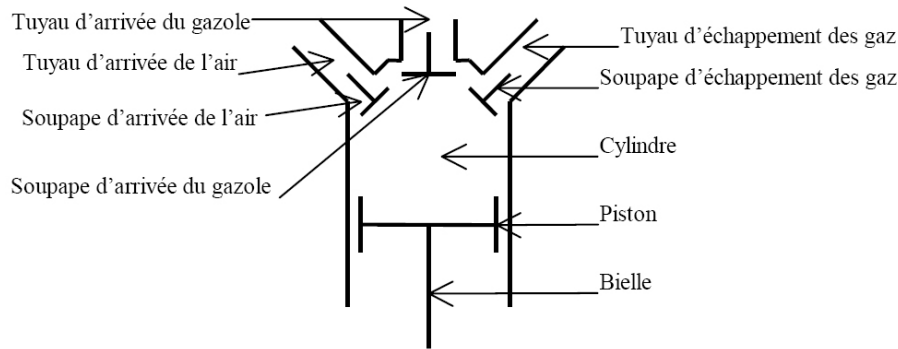
A.2 Exprimer le travail W_{isoP} échangé par ce gaz lors d'une transformation isobare réversible.

A.3 Exprimer le transfert thermique Q_{isoV} échangé par ce gaz lors d'une transformation isochore réversible.

A.4 Exprimer le transfert thermique Q_{isoP} échangé par ce gaz lors d'une transformation isobare réversible.

A.5 Exprimer le transfert thermique Q_{isoS} échangé par ce gaz lors d'une transformation adiabatique réversible. On admettra que lors d'une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait la loi de Laplace $P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma$ s'applique.

B États thermodynamiques successifs lors du cycle diesel :



On s'intéresse à un gaz parfait ($\gamma = 1,40$) dans un cylindre de volume variable, entre $V_{min} = 150 \text{ mL}$ et $V_{max} = 400 \text{ mL}$, fermé par un piston, qui subit un cycle réversible dont les caractéristiques sont :

- Admission : la soupape d'arrivée de l'air est ouverte (la pression est $P_{atm} = 1,00.10^5 \text{ Pa}$, la température $T_{atm} = 300 \text{ K}$), les autres fermées. Le volume passe de V_{min} à V_{max} de façon isobare et isotherme.
- $A \rightarrow B$: compression. Les soupapes sont fermées. Le volume passe de V_{max} à V_{min} de façon adiabatique et réversible.
- $B \rightarrow C$: injection. Les soupapes sont fermées, sauf celle d'injection du gazole. Le volume augmente jusqu'à $V_C = 250 \text{ mL}$, on modélise cette phase de combustion par une évolution isobare ($P = P_{max}$) au cours de laquelle le gaz reçoit un transfert thermique lié à l'injection de gazole.
- $C \rightarrow D$: détente. Les soupapes sont toutes fermées. Le volume augmente encore (jusqu'à V_{max}) mais la pression diminue (il s'agit d'une détente adiabatique et réversible).
- $D \rightarrow A$: ouverture de la soupape d'échappement des gaz. La pression diminue brutalement jusqu'à P_{atm} , le volume restant constant.
- Éjection des gaz : la soupape d'échappement des gaz est ouverte, les autres fermées. Le volume passe de V_{max} à V_{min} de façon isobare.

Déterminer numériquement (dans les unités du système international) les caractéristiques de chaque état thermodynamique intermédiaire (pression, température, volume) :

- B.1** en A : la pression P_A , le volume V_A , et la température T_A ;
- B.2** en B : la pression P_B , le volume V_B , et la température T_B ;
- B.3** en C : la pression P_C , le volume V_C , et la température T_C ;
- B.4** en D : la pression P_D , le volume V_D , et la température T_D .

C Transformations lors du cycle diesel :

Déterminer numériquement lors des phases :

- C.1** $A \rightarrow B$: le travail W_{AB} et la chaleur Q_{AB} échangés par le gaz parfait ;
- C.2** $B \rightarrow C$: le travail W_{BC} et la chaleur Q_{BC} échangés par le gaz parfait ;
- C.3** $C \rightarrow D$: le travail W_{CD} et la chaleur Q_{CD} échangés par le gaz parfait ;
- C.4** $D \rightarrow A$: le travail W_{DA} et la chaleur Q_{DA} échangés par le gaz parfait.

D Diagramme de Clapeyron du cycle diesel :

- D.1** Exprimer numériquement la somme des travaux échangés W_{tot} par le gaz parfait sur un cycle. Que penser de son signe ?
- D.2** Tracer le cycle $P = f(V)$ dans les coordonnées de Clapeyron.
- D.3** Dans quel sens est parcouru le cycle diesel dans le diagramme de Clapeyron ? Est-ce normal ?

E Rendement du moteur diesel :

- E.1** Le rendement thermodynamique η correspond au rapport de ce que l'on souhaite sur ce que l'on dépense. Exprimer η en fonction des échanges énergétiques.
- E.2** Calculer η .
- E.3** La vitesse maximale de rotation est $N = 1,5.10^3 \text{ tr/min}$, calculer la puissance maximale P_{moteur} de ce moteur diesel.

Exercice 3 Transformations d'une masse de dioxyde de soufre

Un piston idéal sans masse et sans frottement, d'aire A , peut se déplacer dans un cylindre d'axe vertical. L'ensemble est thermostaté et est maintenu à la température constante T_0 .

Dans ce récipient, de volume variable, est placée une masse m de dioxyde de soufre SO_2 (corps pur). À la température de l'expérience, la pression de vapeur saturante de ce corps pur est $P^*(T_0)$. Dans l'état initial, noté A, un opérateur maintient le piston à une distance H du fond du cylindre pour laquelle le corps pur SO_2 se présente à l'état de vapeur saturante : la vapeur $SO_{2(vap)}$ est en équilibre avec une petite goutte de liquide $SO_{2(liq)}$.

Hypothèses et données :

- la température de l'expérience est $T_0 = 263 \text{ K}$;
- le dioxyde de soufre vapeur (en équilibre avec le liquide peut être considéré comme un gaz parfait ;
- le volume de la phase liquide est négligé devant le volume de la phase vapeur ;
- M est la masse molaire du dioxyde de soufre : $M = 64,0 \text{ g mol}^{-1}$;
- $P^*(T)$ est la pression de vapeur saturante du corps pur SO_2 à la température T : $P^*(T_0) = P^\circ = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- $\Delta_{vap}h(T)$ est l'enthalpie massique de vaporisation de SO_2 à la température T : $\Delta_{vap}h(T_0) = 4,00 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1}$
- R est la constante des gaz parfait $R = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

A Généralités

A.1 Dessiner l'allure du diagramme (P,T) d'équilibre du dioxyde de soufre. On fera apparaître sur ce diagramme les différentes phases ainsi que les points triple et critique dont on donnera la définition.

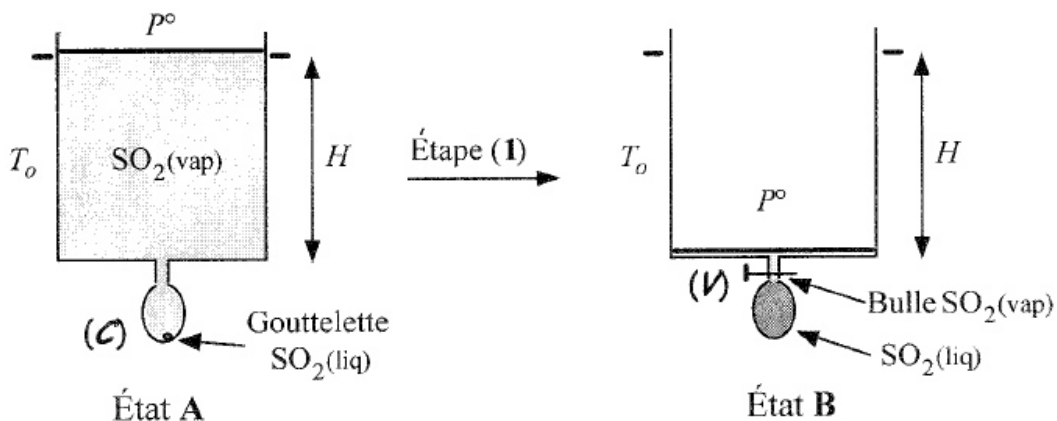
A.2 Tracer l'allure du diagramme de Clapeyron du dioxyde de soufre en définissant les divers domaines du diagramme ainsi que le nom des courbes. On se limitera aux zones correspondant au liquide et à la vapeur puis on placera une isotherme et le point critique.

A.3 Définir l'enthalpie massique de vaporisation du SO_2 à la température T .

A.4 On considère une phase gazeuse et une phase liquide en équilibre et souhaite déterminer la composition du mélange en fonction du titre massique en vapeur : x . Expliquer comment on peut déterminer x à partir de du diagramme de Clapeyron (Une démonstration est attendue).

B Étape A $\rightarrow$ B

L'expérimentateur fait descendre lentement le piston, de manière quasi-statique jusqu'au fond du cylindre, afin que le corps pur se loge dans un petit conteneur, noté (C) de dimensions négligeables et relié au cylindre par un petit tube muni d'une vanne, notée (V). Cette dernière est alors fermée. Dans (C) le corps pur se présente sous forme de liquide saturant : $SO_{2(liq)}$ est en équilibre avec une petite bulle de vapeur (état B).



Dans les questions qui suivent les expressions littérales devront être exprimées en fonction des données suivantes : m , A , H , $P^*(T_0)$, T_0 et $\Delta_{vap}h(T_0)$.

B.1 Exprimer le travail W_{AB} reçu par le corps pur.

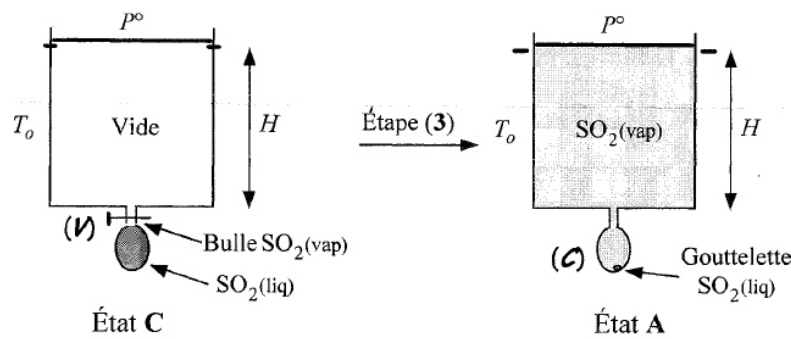
B.2 Exprimer puis calculer numériquement le transfert thermique Q_{AB} reçu par le corps pur. On prendra $A = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ et $H = 5,0 \cdot 10^{-1} \text{ m}$.

B.3 Exprimer la variation d'énergie interne ΔU_{AB} .

B.4 Calculer la variation d'entropie ΔS_{AB} du fluide. Cette transformation est-elle réversible ?

C Étapes $B \rightarrow C$ et $C \rightarrow A$

Lors de l'étape $B \rightarrow C$, la vanne (V) reste fermée. Le piston est remonté, puis fixé dans sa position initiale : le vide règne alors dans le cylindre (état C). Lors de l'étape $C \rightarrow A$, la vanne (V) est ouverte et le liquide se vaporise pratiquement instantanément : le corps pur se retrouve dans son état initial A .



- C.1 Le corps pur a-t-il subi une transformation au cours de la seconde étape $B \rightarrow C$.
 C.2 Évaluer le travail W_{CA} reçu par le corps pur pendant l'étape $C \rightarrow A$.
 C.3 Que vaut le transfert thermique Q_{CA} reçu par le corps pur ?

D Étude du cycle $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$

- D.1 Rappeler la variation de l'énergie interne ΔU du corps pur au cours du cycle.
 D.2 Calculer la variation d'entropie du thermostat ΔS_{th} au cours de ce cycle.
 D.3 A partir d'un calcul d'entropie judicieux, déterminer si ce cycle est réversible ou irréversible.

Exercice 4 Bilan thermique d'un cycliste d'appartement

La thermorégulation d'un athlète est étudiée sur un vélo d'appartement ce qui permet d'éviter de devoir prendre en compte l'étude de l'influence de la vitesse.

En l'absence de variation d'énergie cinétique macroscopique et d'énergie potentielle, le premier principe de la thermodynamique pour un système fermé relie la variation d'énergie interne de ce système aux échanges avec le milieu extérieur.

A Quelques généralités

- A.1 Rappeler l'expression du premier principe pour une transformation élémentaire en précisant les noms des différentes grandeurs physiques qui interviennent.
 A.2 Quel sont les différents modes de transfert thermique que le cycliste peut échanger avec l'extérieur. On développera chacun des modes.
 A.3 Définir la capacité thermique à volume constant d'un système (on attend une phrase et une expression). Que devient cette expression pour un gaz parfait ? pour une phase condensée incompressible et indilatable ?
 A.4 Dessiner l'allure du diagramme (P, T) d'équilibre de l'eau. On fera apparaître sur ce diagramme les différentes phases ainsi que les points triple et critique dont on donnera la définition.
 A.5 Qu'est ce qui distingue la vaporisation et l'évaporation ? Quels sont les critères permettant de prédire un phénomène d'évaporation ?

B Un premier modèle

On suppose que la puissance thermique dégagée par les muscles est égale aux trois quarts de la puissance mécanique algébrique $\mathcal{P}$ fournie par le cycliste. Cette puissance thermique de valeur absolue $\frac{3|\mathcal{P}|}{4}$ est reçue par le cycliste.

Nous allons modéliser le corps d'un cycliste par un solide homogène de capacité thermique C , de température θ , en contact avec l'atmosphère de température constante $\theta_0 \leq \theta$ (en °C). Nous ne prendrons pas en compte dans un premier temps la transpiration mais les transferts thermiques par conduction et convection entre le cyclisme et l'atmosphère au niveau de la peau ; ces transferts sont proportionnels :

- à l'écart de température entre la surface de la peau et l'air ;
- à la surface de contact S entre le cycliste et l'air ;
- et à la durée considérée.

Cette loi de transfert thermique (dite loi de Newton) est donc de la forme $\delta Q = h(\theta_0 - \theta)Sdt$ où δQ représente les échanges thermiques entre le cycliste et l'atmosphère entre t et $t + dt$, et h un paramètre constant positif.

La capacité thermique totale notée C du cycliste est évaluée à $C = 3,0 \times 10^2 \text{ kJ K}^{-1}$.

B.1 Donner l'expression du transfert thermique élémentaire échangé avec les muscles, noté δQ_m pendant la durée dt en fonction de la puissance mécanique $\mathcal{P}$.

B.2 Dans l'application du premier principe de la thermodynamique au cycliste, seuls les transferts thermiques reçus par le cycliste doivent être pris en compte. Montrer alors que l'équation différentielle vérifiée par la température du solide est de la forme :

$$\frac{d\theta}{dt} + a\theta = b$$

où $a = \frac{hS}{C}$ et $b = \frac{hS\theta_0}{C} - \frac{3\mathcal{P}}{4C}$.

B.3 À partir de cette équation différentielle, justifier qu'il est possible de déterminer un temps caractéristique de l'évolution de la température du cycliste. Donner son expression et sa valeur numérique si $h = 11 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-2}$, $\mathcal{P} = -4,0 \times 10^2 \text{ W}$, $S = 0,70 \text{ m}^2$ (1,80 m pour 80 kg) et $\theta_0 = 20^\circ \text{C}$.

B.4 Déterminer la température finale du cycliste.

B.5 Conclure sur la validité du modèle.

C Prise en compte de la sudation

On envisage désormais un aspect supplémentaire de la régulation thermique avec la sudation et l'évaporation de la sueur tout en conservant la conduction et la convection.

C.1 À température et pression constantes, la vaporisation d'un liquide en gaz est-elle un changement d'état qui nécessite de recevoir de l'énergie ou qui en cède ?

C.2 Quel est le nom du changement d'état qui fait passer un corps pur de l'état gazeux à l'état liquide ?

L'enthalpie massique de vaporisation de la sueur, notée $\Delta_{\text{vap}}h(\theta_c)$, vaut $2,45 \times 10^3 \text{ kJ kg}^{-1}$ à la température θ_c considérée dans cette étude. On introduit le débit massique de sueur noté D_m afin d'ajouter un nouveau transfert thermique dans le bilan.

Le régime stationnaire est atteint, il n'y a pas d'accumulation de sueur sur la peau et le débit massique est constant.

C.3 Écrire le nouveau bilan d'énergie à partir du premier principe de la thermodynamique. On suppose que la présence de la sueur ne modifie pas les autres termes énergétiques de conduction et de convection. En déduire la nouvelle équation différentielle vérifiée par θ_c .

C.4 En déduire l'expression du débit massique et calculer sa valeur numérique pour maintenir la température θ_c . On prendra $\theta_c = 37^\circ$.

C.5 On assimile la sueur à de l'eau dont la masse volumique est $\rho = 1,0 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$. Exprimer puis calculer le volume de sueur nécessaire pour maintenir la température du corps à θ_c pendant un effort de 4 h. Conclure.