

Exercice 1 Navigation d'une planche à voile par vent arrière

A Une première approche : collisions des molécules d'air sur la voile

A.1 On suppose la planche à voile fixe ou que la vitesse du vent soit grande devant la vitesse de la planche. Les particules d'air qui vont heurter la voile pendant le temps τ sont comprises dans un cylindre de section S et de hauteur $v_v \tau$ (distance parcourue pendant le temps τ). La densité volumique des particules d'air est donnée par $n = \frac{\rho_a}{m}$ soit $N = \frac{\rho_a S v_v \tau}{m}$.

A.2 Puisque les molécules cèdent intégralement leur quantité de mouvement à la voile, la variation de quantité de mouvement d'une molécule lors d'un choc sur la voile vaut : $\Delta \vec{p}_{1mol} = -m v_v \vec{e}_x$.

On en déduit, par conservation de la quantité de mouvement : $\Delta \vec{p}_{voile} = -\Delta \vec{p}_{1mol} = m v_v \vec{e}_x$.

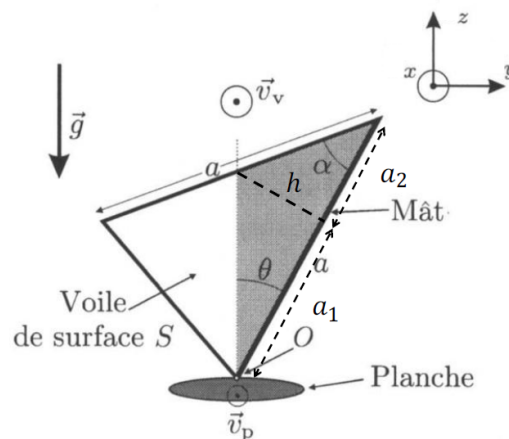
Puisque le choc dure un temps τ , la force subie par la voile du fait d'une collision est donc donnée par :

$$\vec{f} = \frac{d\vec{p}_{voile}}{dt} = \frac{\Delta \vec{p}_{voile}}{\tau} = \frac{m v_v}{\tau} \vec{e}_x$$

A.3 Puisque N molécules transfèrent leur quantité de mouvement à la voile pendant le temps de collision τ , on en déduit que la force propulsive vaut : $\vec{F} = N \vec{f} = \rho_a S v_v^2 \vec{e}_x$

A.4 La surface d'un triangle est donnée par le produit de sa base b par sa hauteur h divisé par 2, soit :

$$S = \frac{bh}{2} = \frac{2a \sin(\alpha/2) \times a \cos(\alpha/2)}{2} = \frac{a^2 \sin \alpha}{2}$$



La hauteur du triangle définissant la surface S' est donnée par (cf figure ci-dessus) :

$h = a_1 \tan \theta = a_2 \tan \alpha$. Or, $a = a_1 + a_2$, soit $h = \frac{a}{1/\tan \theta + 1/\tan \alpha}$, soit :

$$S' = \frac{a^2}{2/\tan \theta + 2/\tan \alpha}$$

L'angle θ_d est défini par $S' = S/2$, on en déduit : $\frac{1}{1/\tan \theta_d + 1/\tan \alpha} = \frac{\sin \alpha}{2}$ soit $\frac{1}{\tan \theta_d} = \frac{2 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$. On

retrouve ainsi la relation demandée $\tan \theta_d = \frac{\sin \alpha}{2 - \cos \alpha}$.

Numériquement on obtient $\theta_d = 30^\circ$.

B Prise en compte d'éléments de mécanique des fluides

B.1 La vitesse du vent apparent est donnée par $\vec{v}_{va} = \vec{v}_v - \vec{v}_p = (v_v - v_p) \vec{e}_x$ (composition des vitesses)

B.2 La deuxième loi de Newton appliqué à la voile projeté suivant \vec{e}_x dans le référentiel terrestre supposé galiléen dans le cas d'un mouvement uniforme conduit à $\vec{F}_{pro} + \vec{F}_{res} = \vec{0}$ soit :

$$\frac{1}{2}\rho_e C_p S_p v_p^2 = \frac{1}{2}\rho_a C_v S(v_v - v_p)^2$$

Par conséquent : $(v_p - v_v)^2 - \sigma^2 v_p^2 = ((1 - \sigma)v_p - v_v)((1 + \sigma)v_p - v_v) = 0$.

On obtient alors deux racines $v_p = \pm \frac{v_v}{1 \pm \sigma}$

Même si l'on ne dispose d'aucune donnée numérique sur les surfaces et les coefficients C_v et C_p , le rapport ρ_e/ρ_a des masses volumiques, de l'ordre de 1000 impose certainement $\sigma < 1$. Or, la vitesse de la planche est nécessairement dans le même sens que la vitesse du vent. Par conséquent, seule la solution suivante est acceptable :

$v_p = \frac{v_v}{1 + \sigma} < v_v$ On en déduit que la planche ne peut aller plus vite que le vent.

Exercice 2 Étude d'une Locomotive Diesel

A Transformations d'un gaz parfait

A.1 $W_{isoV} = 0$ (pas de variation de volume)

A.2 $W_{isoP} = -P(V_f - V_i)$.

A.3 $Q_{isoV} = \Delta U = \frac{nR}{\gamma-1}(T_f - T_i) = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{\gamma-1}$.

A.4 $Q_{isoP} = \Delta H = \frac{nR\gamma}{\gamma-1}(T_f - T_i) = \gamma \frac{P_f V_f - P_i V_i}{\gamma-1}$.

A.5 $Q_{isoS} = 0$ (adiabatique)

Si on souhaite ne pas admettre la loi de Laplace...Premier principe : $dU = C_v dT = \delta Q + \delta W = -PdV$ (car $\delta Q = 0$) soit $\frac{nR}{\gamma-1}dT + nRT\frac{dV}{V} = 0$. En divisant par $\frac{nR}{T}$, on obtient $\frac{1}{\gamma-1}\frac{dT}{T} + \frac{dV}{V} = 0$ soit en intégrant $TV^{\gamma-1} = cste$ d'où $PV^\gamma = cste$. On applique sinon le second principe de la thermodynamique : $\Delta S = S_e + S_c$. $S_e = 0$ car la transformation est adiabatique et $S_c = 0$ car la transformation est réversible. En prenant (expression non exigible pris dans le cours) $\Delta S_{if}(T, V) = \frac{nR}{\gamma-1} \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i} = 0$. En simplifiant cette expression on obtient $T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$ et en utilisant la loi des gaz parfait on obtient $P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma$.

B États thermodynamiques successifs lors du cycle diesel :

B.1 $V_A = 4,00 \times 10^{-4} \text{ m}^3$, $P_A = 1,00 \times 10^5 \text{ Pa}$, $T_A = 300 \text{ K}$

B.2 $V_B = 1,50 \times 10^{-4} \text{ m}^3$, $P_B = P_A(\frac{V_A}{V_B})^\gamma = 3,95 \times 10^5 \text{ Pa}$ et $T_B = T_A(\frac{V_A}{V_B})^{\gamma-1} = 444 \text{ K}$

B.3 $V_C = 2,50 \times 10^{-4} \text{ m}^3$, $P_C = P_B = 3,95 \times 10^5 \text{ Pa}$ et l'évolution étant isobare on a d'après l'équation des gaz parfait : $T_C = T_B \frac{V_C}{V_B} = 740 \text{ K}$

B.4 $V_D = 4,00 \times 10^{-4} \text{ m}^3$, $P_D = P_C(\frac{V_C}{V_D})^\gamma = 2,04 \times 10^5 \text{ Pa}$ et $T_D = T_C(\frac{V_C}{V_D})^{\gamma-1} = 613 \text{ K}$.

Résumé :

	A	B	C	D
P (10^5 Pa)	1,0	3,95	3,95	2,04
V (10^{-6} m^3)	400	150	250	400
T (K)	300	444	740	613

C Transformations lors du cycle diesel :

C.1 $A \rightarrow B$: $W_{AB} = \Delta U_{AB} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_B - T_A) = \frac{P_B V_B - P_A V_A}{\gamma-1} = 48,0 \text{ J}$ et $Q_{AB} = 0$

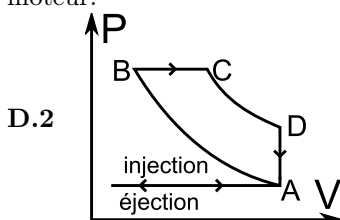
C.2 $B \rightarrow C$: $W_{BC} = -P_B(V_C - V_B) = -39,5 \text{ J}$ et $Q_{BC} = \Delta H_{BC} = \frac{\gamma}{\gamma-1}(P_C V_C - P_B V_B) = 138 \text{ J}$;

C.3 $C \rightarrow D$: $W_{CD} = \Delta U_{CD} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_D - T_C) = \frac{P_D V_D - P_C V_C}{\gamma-1} = -42,3 \text{ J}$ et $Q_{CD} = 0$;

C.4 $D \rightarrow A$: $W_{DA} = 0$ (isochore) et $Q_{DA} = \Delta U_{DA} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_A - T_D) = \frac{P_A V_A - P_D V_D}{\gamma-1} = -104 \text{ J}$.

D Diagramme de Clapeyron du cycle diesel :

D.1 $W_{tot} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = -33,7 \text{ J}$. Le travail est négatif, ce qui correspond à un fonctionnement moteur.



D.3 Le travail sur le cycle est par définition l'opposé de l'aire du cycle. Ici le cycle diesel est parcouru dans le sens des aiguilles d'une montre dans le diagramme de Clapeyron, ce qui correspond à une aire positive ($W = -\int PdV = \text{Aire}$, soit $W < 0$). C'est normal puisque le moteur Diesel a un fonctionnement moteur.

E Rendement du moteur diesel :

E.1 Le rendement thermodynamique η correspond au rapport de ce que l'on souhaite sur ce que l'on dépense, soit le travail mécanique récupéré divisé par le transfert thermique apporté par la source chaude. Ici $\eta = -\frac{W_{tot}}{Q_{BC}}$.

E.2 $\eta = -\frac{W_{tot}}{Q_{BC}} = 0,244$.

E.3 La vitesse maximale de rotation est $N = 1,5 \cdot 10^3 \text{ tr/min}$ soit la fréquence des cycles est de $f_{cycle} = 25 \text{ Hz}$, on a alors $P_{moteur} = W_{tot} * f_{cycle} = 843 \text{ W}$.

Exercice 3 Transformations d'une masse de dioxyde de soufre

A Généralités

A.1 cf cours : Pente Solide liquide positive. Point triple : Point où coexistent les trois états de la matière en équilibre.

Point Critique : limite au delà de laquelle, le changement d'état liquide-gaz n'est plus observable.

A.2 cf cours

A.3 L'enthalpie massique de vaporisation est l'énergie qu'il faut fournir à 1 kg de SO_2 pour le faire passer à la température T , de l'état liquide à l'état gazeux.

A.4 cf cours pour la démonstration du théorème des moments.

B Étape $A \rightarrow B$

B.1 La transformation est infiniment lente, le travail reçu par le corps pur s'écrit $W_{AB} = -\int PdV$. La transformation $A \rightarrow B$ est isobare puisqu'il s'agit d'un changement d'état entre de la vapeur saturante et du liquide saturant. On obtient alors en intégrant : $W = +P_0AH$.

B.2 $Q_{AB} = -m\Delta_{vap}h(T_0)$ (enthalpie de liquéfaction) avec $m = \frac{PVM}{RT} = 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$ soit $Q_{AB} = -11,7 \text{ kJ}$

B.3 $\Delta U_{AB} = W + Q_{AB} = P_0AH - m\Delta_{vap}h(T_0)$.

B.4 $\Delta S_{AB} = -\frac{m\Delta_{vap}h(T_0)}{T_0}$. L'entropie échangée est égale à $S_e = \frac{Q_{AB}}{T_0} = \Delta S_{AB}$ donc l'entropie créée est nulle et la transformation est réversible.

C Étapes $B \rightarrow C$ et $C \rightarrow A$

C.1 Le corps pur ne subit pas de transformation entre B et C .

C.2 Le corps pur subit une détente dans le vide. Il n'échange donc pas de travail avec l'extérieur : $W_{CA} = 0$.

C.3 On applique le premier principe au corps pur entre les états C et A : $\Delta U_{CA} = Q_{CA} = -\Delta U_{AB}$ puisque l'énergie interne ne dépend pas du chemin suivi. soit $Q_{CA} = -P_0AH + m\Delta_{vap}h(T_0)$.

D Étude du cycle $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$

D.1 U et S étant des fonctions d'état leurs variations sur un cycle est nulle.

D.2 Sur un cycle $\Delta S_{th} = \frac{-Q_{AB}-Q_{CA}}{T_0}$, soit $S_{th} = \frac{P_0AH}{T_0}$

D.3 Sur un cycle $\Delta S = S_e + S_c = 0$ soit $S_c = -S_e = S_{th} = \frac{P_0AH}{T_0} > 0$. L'entropie créée étant positive le cycle est irréversible (transformation $C \rightarrow A$ brutale).

Exercice 4 Bilan thermique d'un cycliste d'appartement

A Quelques généralités

A.1 Le premier principe de la thermodynamique appliqué une système fermé macroscopiquement au repos s'écrit entre deux instants voisins : $dU = \delta W + \delta Q$ avec dU la variation d'énergie interne élémentaire du système, δQ et δW le transfert thermique et le travail des forces de pression algébriquement reçu par le système pendant le temps dt .

A.2 Les différents modes de transfert thermique sont la convection, la conduction et le rayonnement. Il rayonne du fait de sa température dans l'infrarouge, en extérieur il pourrait également recevoir un transfert thermique par rayonnement de la part du Soleil. L'air à son contact lui font perdre un transfert thermique par convection. Le contact entre ses mains et son vélo lui font perdre un transfert thermique par conduction.

A.3 La capacité thermique à volume constant d'un système est l'énergie nécessaire pour augmenter sa température de 1°C à volume constant : $C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$. Le cas d'un gaz parfait suit la première loi de Joule, ainsi U ne dépend que de la température et $C_v = \frac{dU}{dT}$ alors que pour une phase condensée incompressible et indilatable $C_P \approx C_V = C \frac{dU}{dT}$.

A.4 cf cours : Pente Solide liquide positive. Point triple : Point où coexistent les trois états de la matière en équilibre.

Point Critique : limite au delà de laquelle, le changement d'état liquide-gaz n'est plus observable.

A.5 La vaporisation est la transition de phase liquide-vapeur qui s'effectue à la température de changement d'état (diagramme d'équilibre (P, T)) au sein du système alors que l'évaporation est un phénomène lent qui s'effectue à la surface libre du fluide à une température inférieure à la température de changement d'état. L'évaporation est possible lorsque la pression partielle en fluide est inférieure au sein de l'atmosphère inerte à la pression de vapeur saturante à la température T .

B Un premier modèle

B.1 \mathcal{P} est une puissance algébrique fournie par les muscles. Le transfert thermique algébriquement reçu par le cycliste s'écrit alors $\delta Q = -\frac{3}{4}\mathcal{P}dt$.

B.2 L'application du premier principe $dU = \delta Q + \delta Q_m$ avec $dU = C d\theta$ et $\delta Q = h(\theta_0 - \theta)dt$. On a ainsi alors :

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{hS}{C}\theta = \frac{hS\theta_0}{C} - \frac{3\mathcal{P}}{4C}$$

On retrouve ainsi la forme demandée avec $a = \frac{hS}{C}$ et $b = \frac{hS\theta_0}{C} - \frac{3\mathcal{P}}{4C}$.

B.3 On reconnaît une équation différentielle du premier ordre linéaire à coefficient constant où on identifie la constante de temps $\tau = \frac{C}{hS} = 3,9 \times 10^4 \text{ s}$.

B.4 La solution particulière de cette équation différentielle correspond au régime permanent : $\theta_f = \frac{b}{a} = \theta_0 - \frac{3\mathcal{P}}{4hS} = 59^\circ\text{C}$.

B.5 Une telle température corporelle est nécessairement létale. Il faut tenir compte des mécanismes de régulation de température.

C Prise en compte de la sudation

C.1 la vaporisation d'un liquide en gaz nécessite de recevoir de l'énergie.

C.2 Le nom du changement d'état qui fait passer un corps pur de l'état gazeux à l'état liquide est la liquéfaction ou condensation.

C.3 Au bilan précédent il faut ajouter un nouveau terme, correspondant au transfert thermique cédé par le cycliste à la sueur qui s'évapore. Ce terme s'exprime $\delta Q_s = -D_m dt \Delta h(\theta_c)$.

L'application du premier principe devient désormais $dU = \delta Q + \delta Q_m + \delta Q_s$ soit

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{hS}{C}\theta = \frac{hS\theta_0}{C} - \frac{3\mathcal{P}}{4C} - \frac{D_m \Delta_{vap} h(\theta_c)}{C}$$

C.4 La solution particulière de l'équation différentielle obtenue ci-dessus s'écrit :

$$\theta_f = \theta_0 - \frac{3\mathcal{P}}{4hS} - \frac{D_m \Delta_{vap} h(\theta_c)}{hS}, \text{ soit } D_m = \frac{1}{\Delta_{vap} h(\theta_c)} \left(h(\theta_0 - \theta_c)S - \frac{3\mathcal{P}}{4} \right) = 6,9 \times 10^{-5} \text{ kg s}^{-1}$$

C.5 Considérant que l'effort du cycliste dure $t_u = 4 \text{ h}$, la masse d'eau vaporisée vaut $D_m t_u$, le volume correspondant de sueur vaut donc $D_m t_u / \rho = 0,99 \text{ L}$. Le cycliste devra s'hydrater beaucoup pendant l'effort.