

Durée de l'épreuve : 4h

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'appréciation **des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Problème 1 : Etude d'un moteur à essence turbocompressé

Le moteur qui équipe les automobiles thermiques peut-être décrit comme une machine ditherme à air (on néglige la quantité de carburant et les gaz brûlés devant l'air au niveau des pistons) fonctionnant de manière pseudo-cyclique (l'air rejeté par la ligne d'échappement n'est évidemment pas le même que celui qui est admis dans le filtre à air, mais il est en même quantité). On caractérise un tel moteur par les températures de la « source froide » T_f (en pratique c'est celle de l'air ambiant et on prendra $T_f = 300\text{ K}$) et de la « source chaude » T_c (au moins égale à celle du point le plus chaud du cycle, après la combustion du carburant).

I. Rendement du moteur

1) Définir le rendement η d'un tel moteur ditherme. Enoncer et démontrer avec soin le théorème de Carnot.

Certains véhicules sont mus par un moteur à essence à quatre temps, le carburant utilisé est de l'Eurosuper 95 produisant, par combustion totale, une énergie $W_p = 3,6 \cdot 10^7\text{ J} \cdot \text{L}^{-1}$ (joules produits par litre de carburant consommé). En circulant à la vitesse stabilisée $v = 100\text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ sur une route horizontale, le moteur du véhicule étudié ici développe la puissance $\mathcal{P} = 18\text{ kW}$ (pour vaincre essentiellement les frottements aérodynamiques) et consomme une quantité q égale à 5,4 litres de carburant pour parcourir 100 km.

2) Déduire des données ci-dessus le rendement réel η_r du moteur. Quelle inégalité concernant T_c peut-on déduire du théorème de Carnot ? Cette inégalité est-elle vérifiée en pratique, sachant que dans le moteur étudié la température est $T_c = 2,0 \cdot 10^3\text{ K}$?

II. Thermodynamique des gaz

Une quantité donnée de gaz est caractérisée par ses fonctions d'état énergie interne U et enthalpie H et par leurs dérivées :

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \quad \text{et} \quad C_P = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P$$

qui sont les capacités thermiques du gaz. On définit le rapport adiabatique $\gamma = C_P/C_V$; dans ce qui suit ce rapport γ est supposé constant.

3) De quel(s) paramètre(s) thermodynamique(s) dépendent les fonctions U et H dans le cadre du modèle du gaz parfait ? En déduire les expressions de C_P et C_V en fonction de la quantité de matière n , du rapport adiabatique γ et d'une constante fondamentale.

On admettra l'expression de l'entropie molaire $s_m(T, V)$ d'un gaz parfait de température T et de volume V :

$$s_m(T, V) = s_m(T_0, V_0) + \frac{R}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) + R \cdot \ln \left(\frac{V}{V_0} \right)$$

4) En déduire la relation de Laplace qui relie les variations de pression P et de volume V d'un gaz parfait évoluant de manière isentropique depuis un état initial (P_0, V_0) .

III. Le cycle moteur à quatre temps

Le moteur à quatre temps a été décrit pour la première fois en 1862 par l'ingénieur Alphonse Beau. Ce cycle est décrit par l'air (pris à l'extérieur à la pression atmosphérique p_0), assimilé à un gaz parfait diatomique, qui évolue entre un volume minimal V_1 et un volume maximal $V_2 = \alpha \cdot V_1$ avec le taux de compression $\alpha > 1$. Il est représenté sur la figure ci-dessous en échelle doublement logarithmique dans le diagramme de Clapeyron.

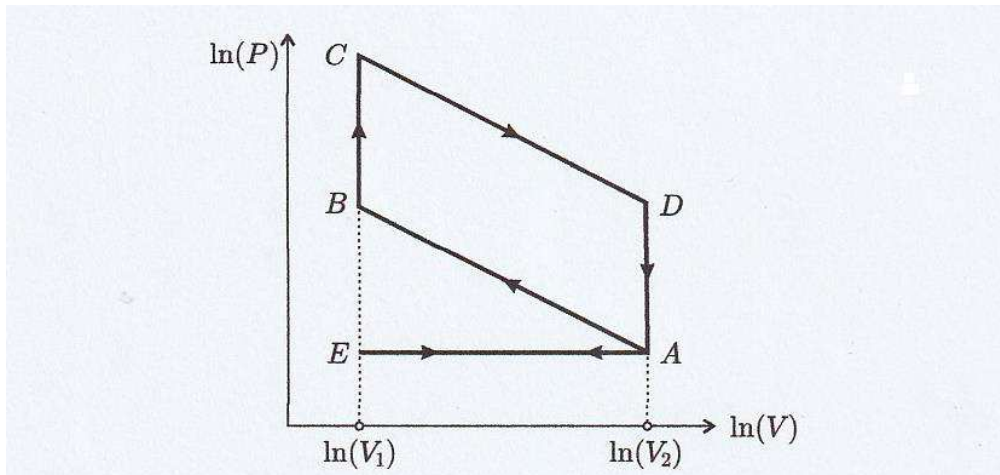


FIGURE Cycle moteur de Beau à quatre temps en échelle logarithmique

Ce cycle comporte :

- une phase d'admission EA de l'air extérieur dans les cylindres du moteur ;
- une phase de compression adiabatique AB de l'air enfermé dans le piston (mêlé avec un peu d'essence) suivie de la combustion BC quasiment instantanée provoquée par une étincelle produite par le système électrique d'allumage ;
- une phase motrice de détente adiabatique CD de l'air (et du combustible brûlé) jusqu'à l'ouverture en D des soupapes d'échappement avec chute brutale DA de la pression.
- une phase d'échappement AE évacuant les gaz brûlés avant la reprise du cycle.

Dans toute la suite de l'étude les phases d'échappement AE et d'admission EA ne jouent aucun rôle et on pourra donc les ignorer.

5) On considère d'abord que toutes les évolutions au sein du cycle $ABCDAEA$ sont réversibles. Montrer que les transformations AB et CD sont décrites par deux droites parallèles et déterminer leur pente commune $p_{rv} < 0$.

6) Reproduire sur votre copie le diagramme de la figure donnée ci-dessus, en y ajoutant les isothermes de températures T_f (température minimale du cycle) et T_c (température maximale du cycle).

7) Exprimer les transferts thermiques sur les phases AB , BC , CD et DA en fonction des températures T_A , T_B , T_C et T_D aux divers points du cycle. En déduire l'expression η_{rv} du rendement du cycle moteur en fonction des températures puis en déduire que $\eta_{rv} = 1 - \alpha^{1-\gamma}$.

8) Pour le moteur étudié ici $\alpha = 9,0$ et on prendra pour l'air $\gamma = 1,4$. Calculer η_{rv} et commenter.

En réalité l'hypothèse de réversibilité des transformations adiabatiques AB et CD n'est pas réaliste. Pour s'approcher du rendement réel on la remplace par un modèle amélioré, toujours adiabatique mais non réversible, dans lequel le cycle devient $AB'C'D'A$, mais on suppose toujours que AB' et $C'D'$ sont des droites de pentes (négatives) respectives p'_{comp} et p'_{det} pour la compression AB' et la détente $C'D'$.

9) En application du second principe montrer que $p'_{comp} < p_{rv} < p'_{det}$.

Problème 2 : Moteur à deux temps...

Les scooters de cylindrée inférieure à 50 cm^3 sont équipés d'un moteur à explosion à deux temps. Celui-ci existe sous plusieurs formes. Le type le plus répandu (surtout dans le domaine des petites puissances) est celui qui comporte trois lumières ; celles-ci sont destinées à assurer l'aspiration, l'échappement et la communication entre le carter et le cylindre. Le mélange carburé (air - essence - huile) provenant du carburateur pénètre dans le carter pendant le mouvement du piston du P.M.B (point mort bas) au P.M.H (point mort haut). Au cours de la descente, cet air est comprimé et dirigé vers le cylindre par le canal de transfert. La légère compression du mélange carburé permet l'évacuation du gaz de combustion. Le graissage des parties mobiles, assuré par de l'huile que l'on mélange à l'essence, permet de réduire les frottements.

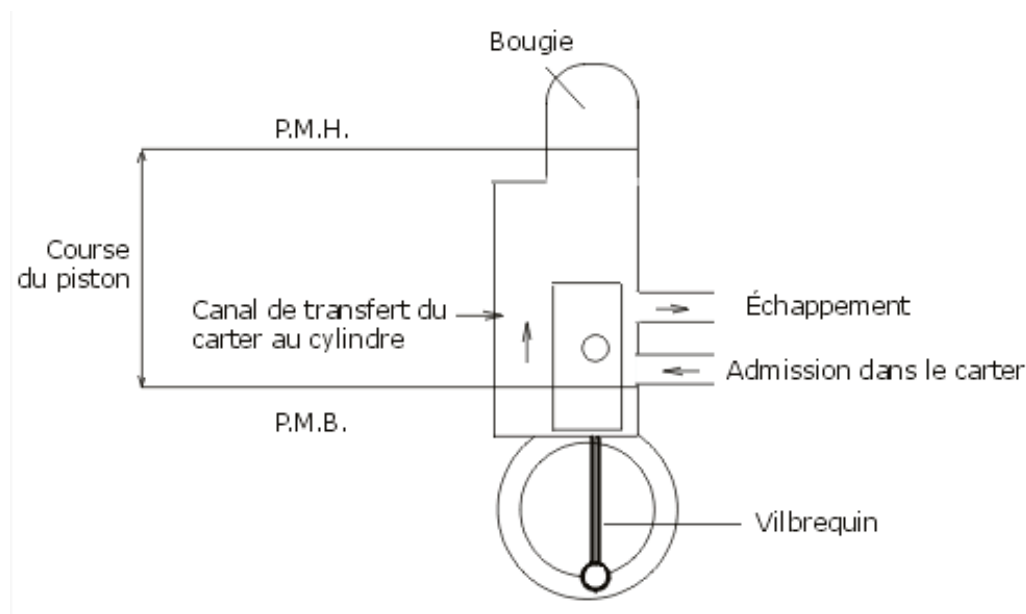


Figure 1

PRINCIPE GÉNÉRAL :

Il est rappelé que les quatre phases (admission, compression, combustion et détente), qui sont réparties sur deux tours du vilebrequin dans un quatre temps (deux allers et deux retours du piston) se succèdent dans un deux temps sur un seul tour du vilebrequin (un aller et un retour du piston). Cela est possible parce que les phases échappement et admission ont lieu très rapidement et sensiblement au moment où le piston se trouve au point mort bas (P.M.B).

Pratiquement le diagramme de Watt (pression en ordonnée, volume en abscisse) a l'allure représentée sur la **figure 2**. On y distingue les deux temps :

- 1^{er} temps : compression du mélange carburé (FB), combustion (BC).
- 2^{ème} temps : détente (CD), échappement des gaz de combustion et admission d'une nouvelle charge de mélange carburé (DHF).

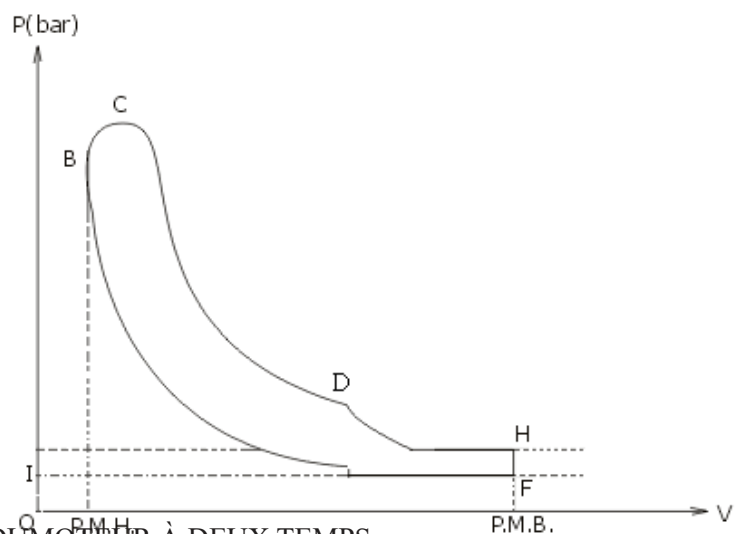


Figure 2 : DIAGRAMME PRATIQUE DU MOTEUR À DEUX TEMPS

Le diagramme théorique (B'C'D'F') s'identifie au cycle de Beau de Rochas. Il est établi avec les hypothèses suivantes :

- la combustion (B'C') est instantanée et se produit lorsque le volume du cylindre vaut V_C (piston au PMH).
- la détente (C'D') et la compression (F'B') du mélange sont adiabatiques réversibles.
- lors de l'échappement et de l'admission (D'F') quasi instantanées, le volume du cylindre est considéré constant égal à V_D .

La cylindrée du moteur est $V_D - V_C$.

Le taux de compression est égal au rapport volumétrique $a = \frac{V_D}{V_C}$.

Dans la notice technique d'un scooter (Spacer 50 Kymco), on lit les indications suivantes :

- vitesse maximale : 45 km.h⁻¹
- régime de puissance maximale : 7000 tours.min⁻¹ (vitesse angulaire de vilebrequin)
- puissance maximale : 4,40 kW
- cylindrée : 49,5 cm³
- course du piston : 39,2 mm (distance entre le point mort haut et le point mort bas)

On donne :

- la constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- la température et la pression du point F' : $T_F = 300\text{K}$, $P_F = 1,0 \text{ bar}$

On fera d'autre part l'approximation suivante : l'air étant en grand excès par rapport au mélange (huile + carburant), on assimilera le mélange carburé à un gaz parfait unique, de coefficient $\gamma = 1,4$ ($\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ rapport de capacités thermiques molaires à pression constante et à volume constant), de masse molaire 29 g.mol⁻¹.

On rappelle que le pouvoir calorifique, noté q , supposé indépendant de la température, est l'énergie thermique libérée par la combustion d'un cm³ d'essence. On prendra $q = 30 \text{ kJ.cm}^{-3}$.

1. Tracer l'allure du cycle (F'B'C'D'F') dans un diagramme de Watt (P,V).
2. Lorsque le scooter roule à 45 km.h⁻¹ à son régime maximal de 7000 tours.min⁻¹, quelle est la durée d'un cycle ?
3. Rappeler pour quel type de système et pour quel type de transformation, la loi de Laplace $PV^\gamma = \text{constante}$ est applicable.
Pourquoi dit-on qu'une transformation adiabatique réversible est isentropique ?
Est-ce que cela dépend de la nature du système ?

4. La pression en fin de compression est de 6.10^5 Pa . En déduire le taux de compression $a = \frac{V_D}{V_C}$.

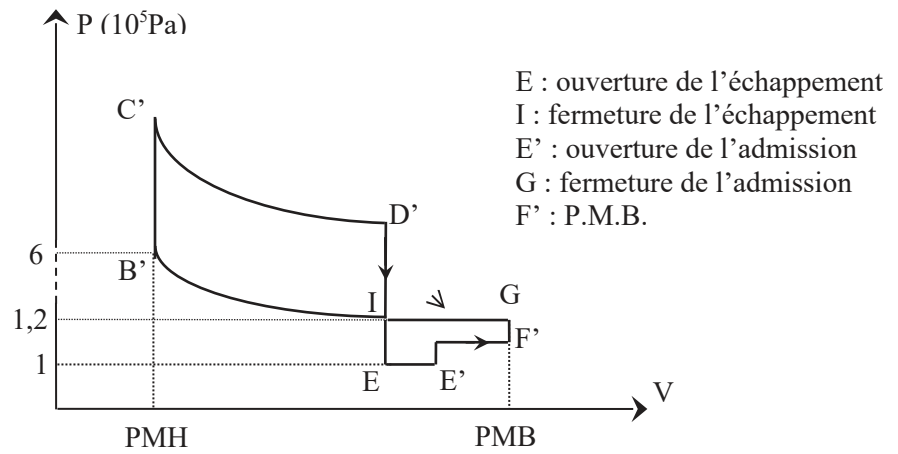
5. Exprimer le travail fourni par le moteur au cours d'un cycle en fonction de γ , P_F , V_D et des températures T_F, T_B, T_C, T_D des points F', B', C', D'.

$$C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$

On rappelle que pour un gaz parfait la capacité thermique molaire à volume constant est :

6. Exprimer l'énergie thermique libérée par la combustion en fonction de γ , P_F , V_D , T_C , T_B , T_F .
7. Définir le rendement thermodynamique η du cycle et l'exprimer en fonction de a et γ .
8. En prenant $\eta = 0,4$, calculer l'énergie thermique libérée par la combustion à chaque cycle lorsque le scooter roule à 45 km.h⁻¹ à son régime de puissance maximale $P = 4,4 \text{ kW}$.
9. Quelle est la consommation d'essence pour parcourir 100 km ? Que pensez-vous de la valeur trouvée ?

10. Un modèle un peu plus précis détaille la phase d'admission et d'échappement, comme cela est représenté sur le diagramme de la **figure 3**.



Figure

Quelle est la conséquence pour le travail effectivement fourni par le moteur sur un cycle et pour la consommation ?

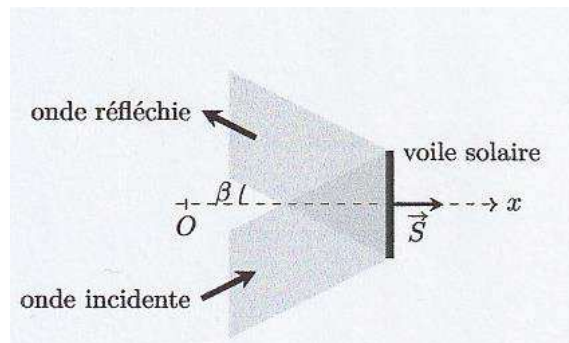
11. Pourquoi peut-on dire qu'a priori un moteur deux temps, de même cylindrée et de même régime est deux fois plus puissant qu'un moteur à quatre temps ?

Problème 3 : Pression de radiation de la propulsion d'une sonde

Il est nécessaire, pour exploiter le phénomène de lentille gravitationnelle produit par le Soleil, d'envoyer une sonde à grande distance de la Terre. La propulsion de ce véhicule sur une trajectoire adaptée constitue un véritable défi technique ! Les auteurs qui portent le projet suggèrent l'utilisation d'une voile solaire.

Dans ce problème, on étudie la dynamique particulière d'une sonde munie de ce moyen de propulsion.

On étudie une voile solaire plane, de surface S , parfaitement réfléchissante et se trouvant dans le vide. On introduit un axe (Ox) perpendiculaire au plan de la voile. Une onde lumineuse, de longueur d'onde λ et de puissance par unité de surface I_s (mesurée dans un plan perpendiculaire au faisceau) arrive sur la voile avec un angle β par rapport à la normale (cf figure ci-contre). On souhaite calculer la pression de radiation subie par la voile en adoptant un point de vue corpusculaire.



1) On note h la constante de Planck et c la célérité de la lumière dans le vide. Rappeler l'expression de l'énergie d'un photon de longueur d'onde λ dans le vide.

2) On donne l'expression de la quantité de mouvement d'un photon dans le vide :

$$\vec{p} = \frac{h\nu}{c} \vec{u}$$

où ν est la fréquence de l'onde et \vec{u} un vecteur unitaire orienté dans le sens de propagation du photon. Vérifier que cette relation est homogène.

3) Exprimer le nombre δN de photons qui se réfléchissent sur la voile pendant une durée δt en fonction de $I_s, \lambda, c, h, \beta, S$ et δt . Vérifier que la relation obtenue est homogène.

4) Montrer que la force exercée par les photons sur la voile s'identifie à une force de pression, associée à une pression de radiation p_r d'expression :

$$p_r = \frac{2I_s \cos^2 \beta}{c}$$

En 2010, les scientifiques de l'agence spatiale japonaise (JAXA) ont envoyé dans l'espace un démonstrateur de voile solaire, nommé IKAROS. L'étude de la trajectoire du vaisseau a montré que la voile de surface 173 m^2 a subi une force de $1,12 \text{ mN}$ en raison de la pression de radiation exercée par le Soleil ($I_s = 1,36 \text{ kW} \cdot \text{m}^2$ et $\beta = 0$ dans les conditions de l'expérience).

5) Comparer le résultat obtenu à la question précédente avec le résultat de cette expérience. Commenter.

Données numériques

Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Année-lumière (al)	$1,00 \text{ al} = 9,46 \times 10^{15} \text{ m}$
Unité astronomique (au)	$1,00 \text{ au} = 1,50 \times 10^{11} \text{ m}$
Masse du Soleil	$M_s = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$
Rayon du Soleil	$R_s = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$
Constante de gravitation universelle	$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Constante de Planck	$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

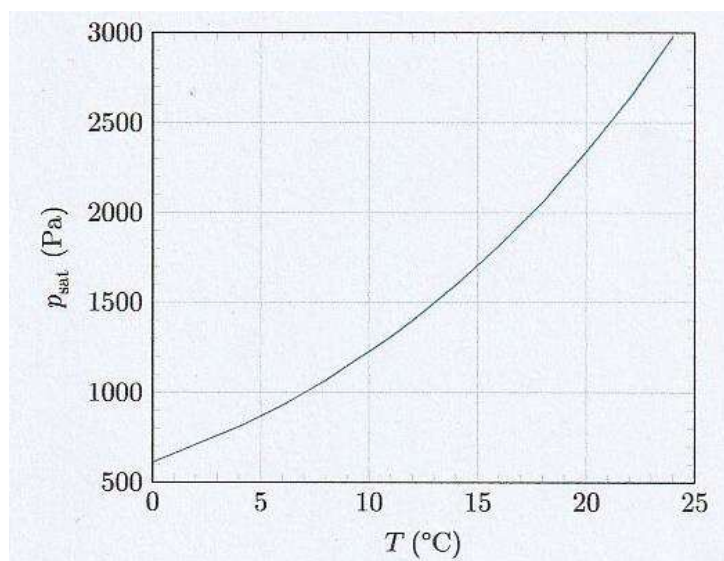
Problème 4 : L'air humide...

A. Grandeurs caractérisant un air humide

L'air renferme une proportion d'eau sous forme vapeur. On le qualifie d'air humide et on le caractérise par :

- son humidité absolue : $x = m_v/m_{as}$ où m_v et m_{as} sont respectivement les masses de vapeur d'eau et d'air sec dans un volume V quelconque d'air humide.
- son humidité relative : $HR = p_v(T)/P_{sat}(T)$ où $p_v(T)$ est la pression partielle en vapeur d'eau (à la température T) et $P_{sat}(T)$ la pression de vapeur saturante dont la dépendance avec la température est donnée par la figure donnée ci-dessous.

Dans la suite, l'air humide sera étudié comme un mélange de deux gaz parfaits : l'air sec (indice as) et la vapeur d'eau (indice v). La pression totale p de l'air humide considérée constante et égale à $p = 1,013$ bar. On note respectivement M_{as} et M_e les masses molaires de l'air sec et de l'eau.



Pression de vapeur saturante en fonction de la température

- 1) Montrer que $x = d \cdot \left(\frac{p_v}{p-p_v}\right)$ où $d = M_e/M_{as}$.
- 2) Calculer la valeur maximale de l'humidité absolue x_{sat} de l'air humide à la température $T_0 = 20^\circ C$.

On considère une chambre hermétiquement fermée de volume $V = 40 m^3$ occupée par une personne qui se couche à 22h. La température de la pièce est de $18^\circ C$ et l'humidité relative est de 50 %. La chambre n'est pas chauffée et la température au lever à 8h le lendemain est de $16^\circ C$. On trouvera en fin d'énoncé quelques exemples de sources d'eau vapeur ainsi que leur débit de production.

- 3) Au lever, l'occupant de la chambre constate-t-il une condensation de l'eau ? La réponse doit s'appuyer sur un raisonnement quantitatif.

Le problème de la condensation peut être résolu en aérant les pièces du logement suffisamment et régulièrement. Certaines personnes sont réticentes à aérer lors des journées humides où l'air extérieur est froid et saturé en vapeur d'eau. Considérons une pièce initialement à la température $T_i = 20^\circ C$ et saturée en vapeur d'eau. L'air extérieur est à la température $T_a = 10^\circ C$ et est aussi saturé en vapeur d'eau. On renouvelle entièrement l'air de la pièce avec courant d'air.

- 4) Calculer l'humidité relative de l'air de la pièce après aération une fois que l'air est revenu à la température $T_i = 20^\circ C$ par contact avec les meubles, plafond et les parois intérieures de la pièce. Conclure.

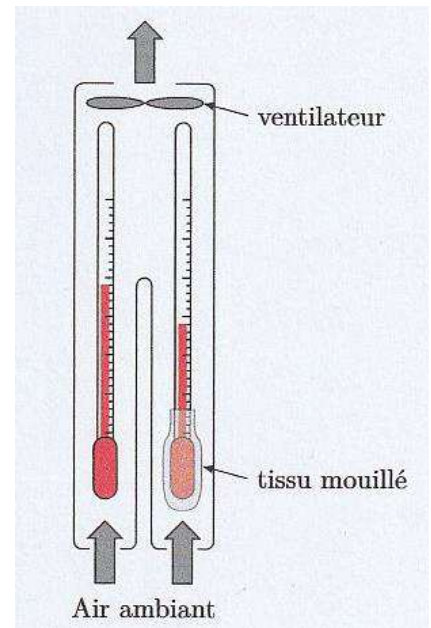
B. Etude d'un hygromètre : le psychromètre

Un psychromètre est un instrument comportant deux thermomètres qui permet d'accéder à l'humidité relative de l'air ambiant. Ce dernier circule autour des réservoirs des deux thermomètres par aspiration ou par mouvement des thermomètres pour un psychromètre à fronde. Le thermomètre dit « sec » indique la température T_1 de l'air ambiant étudié. Le thermomètre dit « humide » a son réservoir recouvert d'un tissu mouillé et indique la « température humide » T_h .

L'humidité relative HR se déduit alors des mesures de T_1 et T_h .

B-1 : Etude du thermomètre humide

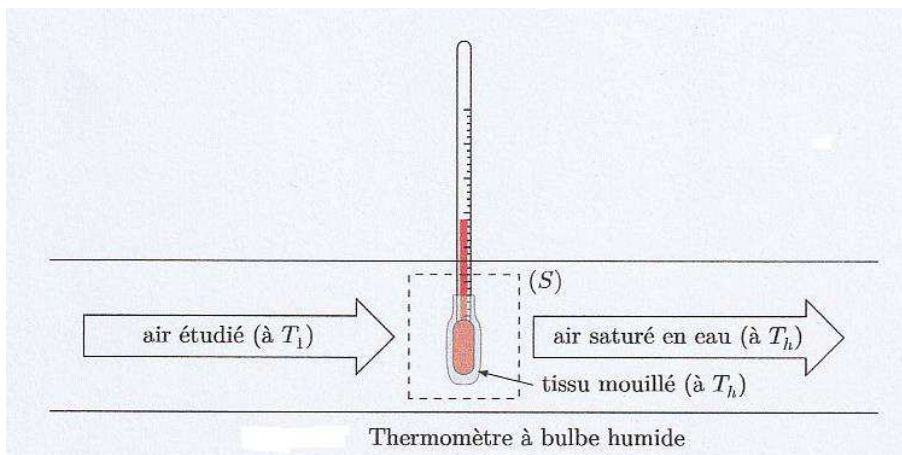
La figure ci-dessous schématise le transport de l'air humide sur le thermomètre à bulbe humide. La température de sortie est déterminée à l'aide d'un bilan thermodynamique appliqué à la surface de contrôle (S) représentée sur la figure. A l'entrée, la température de l'air vaut T_1 et l'humidité absolue est x_1 . A la sortie, la température est T_h et l'humidité absolue est $x_2 = x_{sat}(T_h)$. Le débit massique d'air sec dans l'écoulement est noté $D_{m,as}$. La pression est uniforme et constante et vaut $p = 1,013$ bar. On néglige tout transfert thermique à travers la surface de contrôle (S).



5) A l'aide d'un bilan de masse d'eau réalisée entre t et $t + dt$ sur un système fermé S^* (il est conseillé de faire un schéma du système S^* aux instants t et $t + dt$) montrer que la masse δm_e d'eau qui se vaporise dans le volume de contrôle (défini par la surface (S) fermée) entre t et $t + dt$ est donnée par la relation :

$$\delta m_e = (x_{sat}(T_h) - x_1) \cdot D_{m,as} \cdot dt$$

avec $D_{m,as} = \frac{\delta m_{as}}{dt}$ débit massique d'air sec



6) On note :

- $c_{p,as} = 1004 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$: la capacité thermique massique à pression constante de l'air sec
- $c_{p,v} = 2010 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$: la capacité thermique massique à pression constante de la vapeur d'eau
- $L_V(T) = 3155 - 2,39 \cdot T$ (en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ avec $273 \leq T \leq 323$ en K) : l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau liquide à la température T .
- δm : la masse d'air sec qui traverse le volume de contrôle entre t et $t + dt$.

Montrer que l'évolution du fluide est isenthalpique.

7) Montrer que :

$$x_1 = \frac{x_{sat}(T_h) \cdot L_v(T_h) + c_{p,as} \cdot (T_h - T_1)}{L_v(T_h) + c_{p,v} \cdot (T_1 - T_h)}$$

8) Après comparaison des ordres de grandeurs des termes de l'expression de x_1 montrer que l'humidité absolue de l'air devient :

$$x_1 = x_{sat}(T_h) - A \cdot (T_1 - T_h)$$

où on exprimera A en fonction des données.

On montre alors que l'humidité relative de l'air est :

$$HR = \frac{p_{sat}(T_h)}{p_{sat}(T_1)} \left(1 - \frac{\gamma}{p_{sat}(T_h)} (T_1 - T_h) \right)$$

où $\gamma = \frac{c_{p,as}}{L_v(T_h)} \frac{M_{as}}{M_e} p$ est la constante psychrométrique.

9) Application numérique : on mesure $T_1 = 20^\circ\text{C}$ et $T_h = 15^\circ\text{C}$. En déduire l'humidité relative HR de l'air étudié.

10) Le diagramme psychrométrique donné sur la figure du document réponse confirme-t-il cette valeur ? Justifier en annotant cette figure à rendre avec la copie.

Données et formulaire

Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$
Permittivité diélectrique du vide	$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$
Charge élémentaire	$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante des gaz parfaits	$R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
Capacité thermique massique de l'eau liquide	$c_e = 4,2 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Masse molaire de l'air sec	$M_{as} = 29,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
Masse molaire de l'eau	$M_e = 18,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Sources de l'humidité de l'air dans une pièce habitée (débit massique d'eau vapeur en $\text{g}\cdot\text{h}^{-1}$)

Cuisson	400 à 800
Lave-vaisselle	200 à 400
Douche	1500 à 3000
Bain	600 à 1200
Plantes	7 à 20
Être humain (selon son activité)	30 à 200

Nom :.....

Document annexe à rendre avec la copie :

