

## Problème 1 : Etude d'un moteur à essence turbocompressé

### I. Rendement du moteur

1) On considère le système constitué par les  $n$  moles de gaz (assimilées à un gaz parfait) décrivant une évolution cyclique au contact de la source chaude (température  $T_c$ ) et de la source froide (température  $T_f$ ). On note  $W$  le travail échangé par le système avec le milieu extérieur,  $Q_c$  le transfert thermique avec la source chaude et  $Q_f$  le transfert thermique avec la source froide. Le rendement  $\eta$  d'un moteur est défini par la valeur absolue du rapport de l'énergie utile (c.à.d.  $W$ ) sur l'énergie dépensée (c.à.d.  $Q_c$ ) :

$$\eta = \left| \frac{W}{Q_c} \right|$$

Sur un cycle moteur :  $W < 0$  ;  $Q_c > 0$  et  $Q_f < 0$  donc :

$$\eta = -\frac{W}{Q_c}$$

**Théorème de Carnot (1824) :** le rendement d'un moteur est inférieur ou égal au rendement maximal (noté  $\eta_{max}$ ) qui ne dépend que de la température de la source chaude et de la température de la source froide.

Afin de démontrer le théorème de Carnot pour un cycle moteur, appliquons le premier et le deuxième principe au gaz sur un cycle :

$$\begin{cases} W + Q_c + Q_f = 0 & (1) \\ \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} + S^c = 0 & (2) \end{cases}$$

Avec la relation (1) posons  $W = -Q_c - Q_f$  :

$$\eta = \frac{Q_c + Q_f}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$$

Avec la relation (2) posons :

$$\frac{Q_f}{T_f} = -\frac{Q_c}{T_c} - S^c$$

$$\frac{Q_f}{Q_c} = -\frac{T_f}{T_c} - \frac{T_f \cdot S^c}{Q_c}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_f}{T_c} - \frac{T_f \cdot S^c}{Q_c}$$

Le deuxième principe postule que  $S^c \geq 0$ . Sachant que  $Q_c > 0$ , on vérifie que :

$$\eta \leq \eta_{max} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$$

2) A la vitesse  $v = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , le moteur consomme  $q = 5,4 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$ . Sachant que la combustion de l'Eurosuper 95 libère une énergie  $W_v = 3,6 \cdot 10^7 \text{ J} \cdot \text{L}^{-1}$  on peut déterminer la puissance thermique  $P_{th}$  échangée avec la source chaude

$$P_{th} = W_v \cdot q$$

A.N. :  $P_{th} = 54 \text{ kW}$

Le rendement réel du moteur est donné par :

$$\eta_r = \frac{P}{P_{th}}$$

A.N. :  $\eta_r = 0,33$

Théorème de Carnot :  $\eta \leq \eta_{max} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$

Avec  $T_f = 300 \text{ K}$  et  $T_c = 2,0 \cdot 10^3 \text{ K}$  :  $\eta_{max} = 0,85$ . On vérifie que  $\eta_r \leq \eta_{max}$ .

## II. Thermodynamique des gaz

3) L'énergie interne  $U$  et l'enthalpie  $H$  d'un gaz parfait ne dépendent que de la température (ceci constitue la première et la deuxième loi de Joule). Les dérivées partielles de  $U$  et de  $H$  se ramènent à des dérivées totales :

$$C_V = \frac{dU}{dT} \quad \text{et} \quad C_P = \frac{dH}{dT}$$

Sachant que  $H = U + p \cdot V$  :

$$\frac{dH}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{d(p \cdot V)}{dT}$$

En appliquant l'équation d'état des gaz parfaits :  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ , on établit la relation de Mayer :

$$C_P = C_V + n \cdot R$$

Avec  $\gamma = C_P / C_V$  :

$$C_V = \frac{n \cdot R}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad C_P = \frac{n \cdot \gamma \cdot R}{\gamma - 1}$$

4) Exprimons la variation d'entropie molaire du gaz parfait entre un état initial  $E_1(T_1, V_1)$  et un état final  $E_2(T_2, V_2)$  pour une évolution isentropique :

$$\Delta s_m(T, V) = \frac{R}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 0$$

On en déduit que :

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + (\gamma - 1) \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 0$$

$$T_2 \cdot V_2^{\gamma - 1} = T_1 \cdot V_1^{\gamma - 1}$$

Un gaz parfait subissant une évolution isentropique vérifie la relation de Laplace  $T \cdot V^{\gamma - 1} = cte$ .

### III. Le cycle moteur à quatre temps

5) Les transformations  $AB$  et  $CD$  sont adiabatiques et réversibles, elles sont donc isentropiques. En assimilant le gaz à un gaz parfait, il satisfait la relation de Laplace  $p \cdot V^\gamma = cte$ . En appliquant le logarithme népérien à cette égalité :

$$\ln p + \gamma \cdot \ln V = cte$$

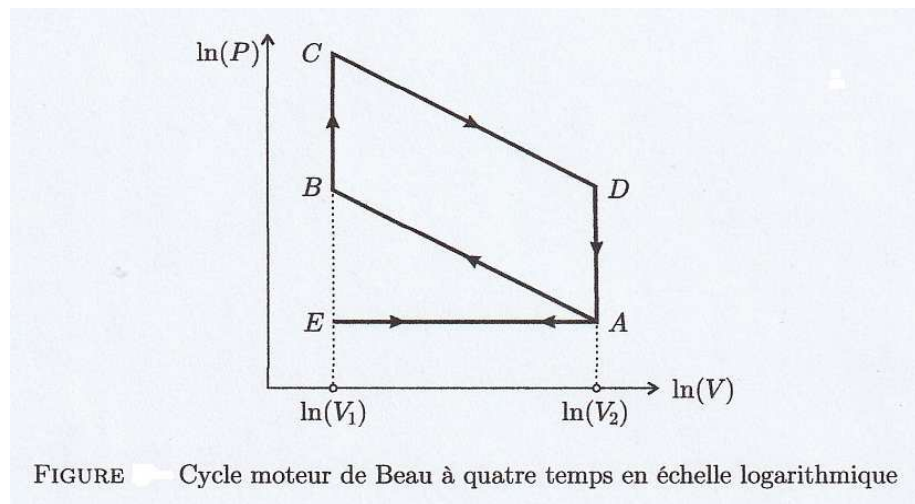
$$\ln p = cte - \gamma \cdot \ln V$$

On vérifie que les transformations  $AB$  et  $CD$  sont des droites parallèles de même pente  $p_{rv} = -\gamma$  et que  $p_{rv} < 0$ .

6) Pour l'évolution isotherme d'un gaz parfait :  $p \cdot V = cte$  donc  $\ln p + \ln V = cte$  :

$$\ln p = cte - \ln V$$

Les deux isothermes sont parallèles, elles ont la même pente  $(-1)$ . On peut tracer les deux isothermes de températures  $T_f$  (température minimale du cycle) et  $T_c$  (température maximale du cycle) sur le diagramme :



7) Les phases  $AB$  et  $CD$  sont adiabatiques donc  $Q_{AB} = Q_{CD} = 0$ . Les phases  $BC$  et  $DA$  sont isochores donc :

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} = n \cdot C_{vmol} \cdot (T_C - T_B)$$

$$Q_{DA} = \Delta U_{DA} = n \cdot C_{vmol} \cdot (T_A - T_D)$$

Explicitons le rendement du cycle décrit de manière réversible :

$$\eta_{rv} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$$

et posons  $Q_c = Q_{BC} = n \cdot C_{vmol} \cdot (T_C - T_B)$  et  $Q_f = Q_{DA} = n \cdot C_{vmol} \cdot (T_A - T_D)$  :

$$\eta_{rv} = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$$

Explicitons les températures en fonction des volumes sur les isentropiques à l'aide de la relation de Laplace  $T \cdot V^{\gamma-1} = cte$  :

- Sur  $AB$  :  $T_A \cdot V_A^{\gamma-1} = T_B \cdot V_B^{\gamma-1}$ , avec  $V_2 = \alpha \cdot V_1$  :

$$T_B = T_A \cdot \left( \frac{V_A}{V_B} \right)^{\gamma-1} = T_A \cdot \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = T_A \cdot \alpha^{\gamma-1}$$

- Sur  $CD$  :  $T_C \cdot V_C^{\gamma-1} = T_D \cdot V_D^{\gamma-1}$ , de la même manière on établit que :

$$T_C = T_D \cdot \left( \frac{V_D}{V_C} \right)^{\gamma-1} = T_D \cdot \alpha^{\gamma-1}$$

En explicitant :

$$\eta_{rv} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - \frac{T_D - T_A}{(T_D - T_A) \cdot \alpha^{\gamma-1}}$$

On vérifie le rendement du cycle moteur réversible est donné par  $\eta_{rv} = 1 - \alpha^{1-\gamma}$ .

8) A.N. :  $\eta_{rv} = 0,58$

9) Appliquons le deuxième principe au fluide sur la phase  $AB'$  : adiabatique mais non réversible :

$$\Delta S_{AB'} = S_{AB'}^e + S_{AB'}^c \quad \text{avec} \quad S_{AB'}^c \geq 0$$

La compression  $AB'$  est adiabatique (donc  $S_{AB'}^e = 0$ ) et non-réversible donc  $\Delta S_{AB'} > 0$ .

En explicitant :

$$\frac{R}{\gamma - 1} \ln \left( \frac{T_{B'}}{T_A} \right) + R \cdot \ln \left( \frac{V_{B'}}{V_A} \right) > 0$$

Soit :

$$T_{B'} \cdot V_{B'}^{\gamma-1} > T_A \cdot V_A^{\gamma-1} \quad \text{et} \quad p_{B'} \cdot V_{B'}^\gamma > p_A \cdot V_A^\gamma$$

Ceci implique qu'en valeur absolue :  $|p'_{comp}| > |p_{rv}|$ . Les pentes étant négatives :  $p'_{comp} < p_{rv}$ .

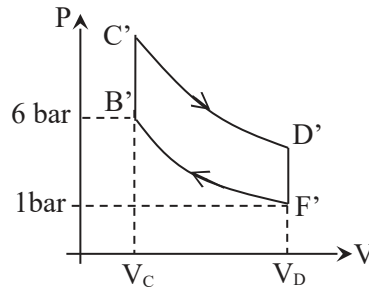
De la même manière, pour la détente  $C'D'$  on établit que :  $p_{D'} \cdot V_{D'}^\gamma > p_{C'} \cdot V_{C'}^\gamma$  ce qui implique qu'en valeur absolue, la pente est plus faible :  $|p_{rv}| > |p'_{det}|$  donc  $p_{rv} < p'_{det}$ . On vérifie que :

$$p'_{comp} < p_{rv} < p'_{det}$$

## Problème 2: Détermination de la consommation d'essence d'un scooter

On répondra aux questions dans cet exercice avec 3 CS au vu des applications numériques proposées dans l'énoncé.

1. cycle compose de deux isochores (verticales) et de deux adiabatiques réversibles ( $PV^\gamma = \text{cste}$ )



2. Un tour de vilebrequin correspond à un cycle. En une minute (60s) sont décrits 7000 cycles.

La durée d'un cycle est donc :  $T = \frac{60}{7000}$  soit  $T = 8,57 \text{ ms}$ .

3. La loi de Laplace  $PV^\gamma = \text{constante}$  s'applique à un gaz parfait (dont on peut considérer le rapport  $C_p/C_v$  comme constant) en évolution adiabatique réversible.

D'après le second principe :  $dS = \delta S_{\text{ech}} + \delta S_{\text{créée}}$

Si la transformation est adiabatique :  $\delta S_{\text{ech}} = \frac{\delta Q}{T_{\text{Sext}}} = 0$  }  $dS = 0 \Rightarrow S = \text{cste}$  : transformation isentropique

Si elle est réversible :  $\delta S_{\text{créée}} = 0$

La nature du système (gaz, solide ou liquide) n'intervient pas dans le raisonnement.

4. La compression  $F'B'$  est adiabatique réversible donc :  $P_F V_D^\gamma = P_B V_C^\gamma P_F$  soit  $a = \frac{V_D}{V_C} = \left(\frac{P_B}{P_F}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$   
d'où :  $a = 3,60$ .

5. Les transformations  $B'C'$  et  $D'F'$  sont isochores donc  $W_{B'C'} = W_{D'F'} = 0$ .

Le travail algébriquement reçu par le mélange sur un cycle s'écrit donc  $W_{\text{reçu}} = W_{F'C'} + W_{C'D'}$ .

Les transformations  $F'B'$  et  $C'D'$  étant adiabatiques :  $\Delta U_{F'B'} = W_{F'B'}$  et  $\Delta U_{C'D'} = W_{C'D'}$ .

D'où :  $W_{\text{reçu}} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_B - T_F) + \frac{nR}{\gamma-1}(T_D - T_C)$  avec  $n = \frac{P_F V_D}{RT_F}$  soit

$$W_{\text{fourni}} = \left[ \frac{-P_F V_D}{(\gamma-1)T_F} (T_B - T_F + T_D - T_C) \right]$$

6. La chaleur (transfert thermique) libérée pendant la combustion correspond à la chaleur libérée au cours de la phase isochore  $B'C'$  donc  $Q_{B'C'} = \Delta U_{B'C'}$  soit :

$$Q_{B'C'} = \left[ \frac{P_F V_D}{(\gamma-1)T_F} (T_C - T_B) \right]$$

7. Le rendement correspond à l'énergie utile récupérée sur l'énergie fournie.

donc ici :  $\eta = \frac{\text{travail fourni}}{\text{chaleur dégagée par la combustion}} = \frac{W_{\text{fourni}}}{Q_{B'C'}} \text{ soit } \eta = 1 - \frac{(T_D - T_F)}{(T_C - T_B)}$ .

Le rendement peut être exprimé en fonction des volumes  $V_C$  et  $V_D$  en utilisant la loi de Laplace  $TV^{\gamma-1} = \text{constante}$  sur les transformations adiabatiques réversibles  $F'B'$  et  $C'D'$  :

$$T_F V_D^{\gamma-1} = T_B V_C^{\gamma-1} \text{ soit } T_F = T_B \left( \frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1} = T_B a^{1-\gamma} \quad \text{et} \quad T_D V_D^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \text{ soit } T_D = T_C \left( \frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1} = T_C a^{1-\gamma}$$

On obtient alors :  $\eta = 1 - a^{1-\gamma}$ .

**8.** La chaleur (le transfert thermique) libérée à chaque cycle par la combustion est :

$$Q_{B'C'} = \frac{W_{\text{fourni}}}{\eta} = \frac{PT}{\eta} \text{ soit } \boxed{Q_{B'C'} = 94,3 \text{ J}}.$$

**9.** Le pouvoir calorifique  $q$  correspond à la chaleur libérée par un  $\text{cm}^3$  d'essence lors de sa

combustion. Lors d'un cycle, le volume de carburant consommé est donc :  $V_{\text{cycle}} = \frac{Q_{B'C'}}{q}$ .

Sur 100 km,  $n$  cycles sont décrits et le volume d'essence consommé est donc :  $V = n \frac{Q_{B'C'}}{8000}$

Pour faire 100 km à  $45 \text{ km.h}^{-1}$ , il faut 8000 s ce qui correspond à  $n = \frac{8000}{8,57 \cdot 10^{-3}} = 933489$  cycles.

Le scooter consomme donc  $V = 2,93 \text{ L}$  d'essence lorsqu'il parcourt 100 km. Cette valeur concorde avec la consommation d'un tel engin.

**10.** La boucle  $IB'C'D'I$  est décrite dans le sens horaire : il y a un travail utile produit par le mélange sur cette partie du cycle.

La boucle  $IEE'F'GI$  est par contre décrite en sens antihoraire, le mélange reçoit du travail sur cette partie du cycle.

Ce travail vient en déduction du travail précédent. Le rendement s'en trouve donc diminué et la consommation d'essence augmentée.

**11.** Un cycle de diagramme de Watt, pour un moteur 2 temps ou 4 temps fournit le même travail.

Si les 2 moteurs tournent à la même vitesse, le cycle nécessitant 1 seule rotation du vilebrequin pour le 2 temps, contre 2 rotations pour le 4 temps, il y a 2 fois plus de cycles décrits avec le 2 temps qui produit donc 2 fois plus de travail.

### Problème 3 : Pression de radiation de la propulsion d'une sonde

1) Energie d'un photon :

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Analyse dimensionnelle : avec  $p = m \cdot v$  pour un objet de masse  $m$  et de vitesse  $v$  :

$$[p] = [m \cdot v] = M \cdot L \cdot T^{-1}$$

$$[p] = \frac{[E]}{[c]} = \frac{M \cdot L^2 \cdot T^{-2}}{L \cdot T^{-1}} = M \cdot L \cdot T^{-1}$$

On vérifie que la relation proposée est homogène.

2) Par analyse dimensionnelle, le nombre  $\delta N$  de photons qui se réfléchissent sur la voile entre  $t$  et  $t + \delta t$  est donné par :

$$\delta N = \left( \frac{I_s S dt}{h\nu} \right) \cos \beta = \frac{I_s S dt \lambda \cos \beta}{hc}$$

avec  $\cos \beta$  facteur multiplicatif résultant de la projection du faisceau incident sur la surface inclinée.

3) La variation de quantité de mouvement d'un photon par réflexion sur la surface  $S$  est :

$$\Delta \vec{p}_{ph} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = -\frac{2h\nu \cos \beta}{c} \vec{u}_x$$

avec  $\vec{u}_x$  vecteur unitaire orienté dans la direction de l'axe  $Ox$

La variation de la quantité de mouvement de  $\delta N$  photons qui percutent la surface  $S$  entre  $t$  et  $t + \delta t$  est :

$$\Delta \vec{p}_{\delta N} = (\Delta \vec{p}_{ph}) \delta N = -\frac{2I_s S dt \cos^2 \beta \vec{u}_x}{c} = -\vec{F}_r dt$$

Avec  $\vec{F}_r$  force de radiation exercée par les  $\delta N$  photons sur la surface  $S$ .

Posons  $\vec{F}_r = p_r S \vec{u}_x$  :

On vérifie que la pression de radiation est donnée par :

$$p_r = \frac{2I_s \cos^2 \beta}{c}$$

4) Sous incidence normale ( $\beta = 0$ ) la force de radiation exercée sur la voile solaire de surface  $S$  est donnée par :

$$F_r = \frac{2I_s S}{c}$$

A.N. :  $F_r = 1,57 \text{ mN}$

Le résultat obtenu est dans l'ordre de grandeur de la valeur mesurée.

## Problème 4 : L'air humide...

### A. Grandeurs caractérisant un air humide

1) Explicitons les masses en fonction du nombre de moles de vapeur d'eau et d'air sec :

$$m_v = n_v \cdot M_e \quad \text{et} \quad m_{as} = n_{as} \cdot M_{as}$$

En assimilant la vapeur d'eau et l'air sec à des gaz parfaits :

$$n_v = \frac{p_v \cdot V}{R \cdot T} \quad \text{et} \quad n_{as} = \frac{p_{as} \cdot V}{R \cdot T} = \frac{(p - p_v) \cdot V}{R \cdot T}$$

On en déduit que :

$$x = \frac{m_v}{m_{as}} = \left( \frac{n_v}{n_{as}} \right) \cdot \left( \frac{M_e}{M_{as}} \right) = d \cdot \left( \frac{n_v}{n_{as}} \right)$$

En explicitant, on vérifie que :

$$x = d \cdot \left( \frac{p_v}{p - p_v} \right)$$

2) A partir du document fourni, on mesure  $p_{sat} = 2300 \text{ Pa}$  (cf doc annexe) pour  $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Sachant que  $p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , on peut dire que :

$$x_{sat}(20) = \left( \frac{18,0}{29,0} \right) \cdot \left( \frac{2300}{1,013 \cdot 10^5 - 2300} \right) = 1,4 \cdot 10^{-2}$$

3) Considérons un individu au repos (nous supposons que le débit massique en vapeur d'eau est de  $30 \text{ g} \cdot \text{h}^{-1}$ ) occupant seul la chambre de volume  $V = 40 \text{ m}^3$  dans laquelle il n'y a aucun autre apport de vapeur d'eau (pas de plante verte, lave-vaisselle...ou autre).

De 22h à 08h, la masse de vapeur d'eau dû à sa présence dans la chambre est :  $m_{vi} = 30 \cdot 10 = 0,30 \text{ kg}$ . Nous savons qu'à 22h, à la température  $T = 18^\circ\text{C}$ , l'humidité relative est de 50 % donc  $p_v(18) = 0,50 \cdot p_{sat}(18)$ . A partir du document fourni, on détermine  $p_{sat}(18) = 2100 \text{ Pa}$  (cf doc annexe). On en déduit que :

$$p_v(18) = 0,50 \cdot p_{sat}(18) = 1050 \text{ Pa}$$

On peut donc déterminer le nombre de moles de vapeur d'eau présent dans la pièce (si pas de condensation) à 08h :

$$n_e = \frac{p_v(18) \cdot V}{R \cdot T(18)} + \frac{m_{vi}}{M_e}$$

A.N. :  $n_e = 34$  moles

Déterminons la pression partielle en vapeur d'eau associée à ces  $n_e$  moles d'eau à la température de  $16^\circ\text{C}$  :

$$p_v(16) = \frac{n_e \cdot R \cdot T(16)}{V}$$

A.N. :  $p_v(16) = 2,04 \cdot 10^3 \text{ Pa}$

Sachant qu'à la température  $T = 16^\circ\text{C}$  la pression de vapeur saturante est  $p_{sat}(16) = 1800 \text{ Pa}$  (cf doc annexe) on constate que :

$$HR(16) = 1,1 > 1$$

donc la chambre est saturée en humidité. Il y a de la condensation.

4) Considérons un volume  $V = 40 \text{ m}^3$  d'air saturé en humidité à la température  $T = 10^\circ\text{C}$ . A partir du document fourni (cf doc annexe) on détermine la pression en vapeur d'eau dans la pièce :

$$p_v(10) = p_{sat}(10) = 1200 \text{ Pa}$$

Le nombre de moles d'eau à l'état gazeux est donné par :

$$n_e = \frac{p_v(10) \cdot V}{R \cdot T(10)} = \frac{p_v(20) \cdot V}{R \cdot T(20)}$$

On en déduit que :

$$p_v(20) = p_v(10) \cdot \left( \frac{T(20)}{T(10)} \right)$$

L'humidité relative à  $T = 20^\circ\text{C}$  est donnée par :

$$HR(20) = \frac{p_v(20)}{p_{sat}(20)} = \frac{p_v(10)}{p_{sat}(20)} \cdot \left( \frac{T(20)}{T(10)} \right)$$

A.N. : avec  $p_{sat}(20) = 2300 \text{ Pa}$  :  $HR(20) = 0,54$ . On vérifie que le fait d'aérer diminue l'humidité dans la pièce.

### B. Etude d'un hygromètre : le psychromètre

5) Par définition  $\delta m_e = \delta m_{e,s} - \delta m_{e,e}$  en notant  $\delta m_{e,s}$  et  $\delta m_{e,e}$  les masses de vapeur d'eau sortante et entrante. Sachant que l'humidité absolue est définie comme étant le rapport de la masse de vapeur d'eau sur la masse d'air sec, si on note  $\delta m_{ae}$  la masse d'air sec qui traverse la surface de contrôle entre  $t$  et  $t + dt$  :

$$x_1 = \frac{\delta m_{e,e}}{\delta m_{ae}} \quad \text{et} \quad x_2 = x_{sat}(T_h) = \frac{\delta m_{e,s}}{\delta m_{ae}}$$

On peut donc noter que :

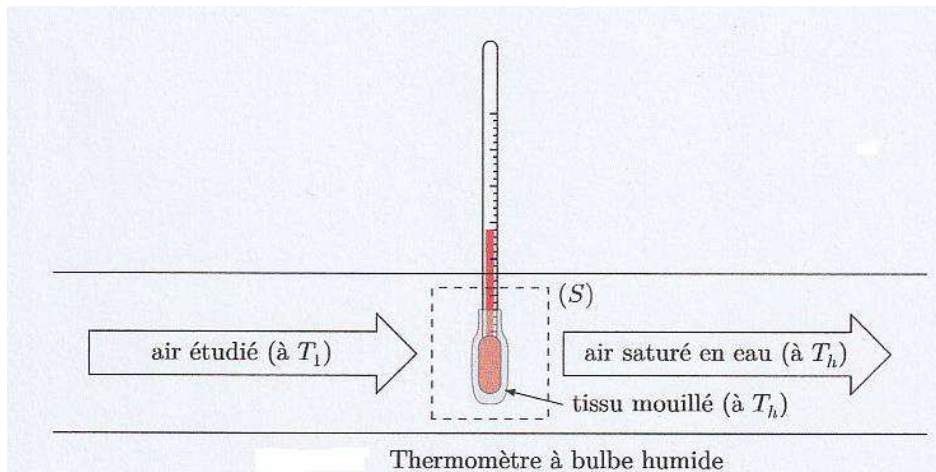
$$\delta m_e = (x_{sat}(T_h) - x_1) \cdot \delta m_{ae}$$

Sachant que le débit massique d'air sec est défini par :

$$D_{m,as} = \frac{\delta m_{as}}{dt}$$

On vérifie que :

$$\delta m_e = (x_{sat}(T_h) - x_1) \cdot D_{m,as} \cdot dt$$



6) La variation d'enthalpie du fluide compris dans le volume de contrôle entre  $t$  et  $t + dt$  est donnée par :

$$dH = \delta m_{as} \cdot c_{p,as} \cdot (T_h - T_1) + \delta m_{as} \cdot x_1 \cdot c_{p,v} \cdot (T_h - T_1) + \delta m_e \cdot L_V(T_h)$$

Dans cette expression :

- $dH_1 = \delta m_{as} \cdot c_{p,as} \cdot (T_h - T_1)$  est l'enthalpie relative à la variation de température de  $T_1$  à  $T_h$  de la masse  $\delta m_{as}$  d'air sec.

- $dH_2 = \delta m_{as} \cdot x_1 \cdot c_{p,v} \cdot (T_h - T_1)$  est l'enthalpie relative à la variation de température de  $T_1$  à  $T_h$  de la masse  $\delta m_{as} \cdot x_1$  de vapeur d'eau entrant dans le volume de contrôle (l'eau qui se vaporise dans le volume de contrôle est déjà à la température  $T_h \dots$ ).
- $dH_3 = \delta m_e \cdot L_v(T_h)$  est l'enthalpie de vaporisation de la masse  $\delta m_e$  à la température  $T_h$ .

7) La pression est constante donc l'évolution est isobare. La variation d'enthalpie du fluide compris dans le volume de contrôle entre  $t$  et  $t + dt$  est donnée par :

$$dH = \delta Q_P$$

Sachant que les transferts thermiques sont négligeables, l'évolution est isenthalpique :  $dH = 0$ , avec  $\delta m_e = (x_{sat}(T_h) - x_1) \cdot \delta m_{as}$  :

$$\delta m_{as} \cdot c_{p,as} \cdot (T_h - T_1) + \delta m_{as} \cdot x_1 \cdot c_{p,v} \cdot (T_h - T_1) + \delta m_{as} \cdot (x_{sat}(T_h) - x_1) \cdot L_v(T_h) = 0$$

On établit que :

$$x_1 \cdot [L_v(T_h) - c_{p,v} \cdot (T_h - T_1)] = x_{sat}(T_h) \cdot L_v(T_h) + c_{p,as} \cdot (T_h - T_1)$$

On vérifie que :

$$x_1 = \frac{x_{sat}(T_h) \cdot L_v(T_h) + c_{p,as} \cdot (T_h - T_1)}{L_v(T_h) + c_{p,v} \cdot (T_1 - T_h)}$$

8) En notant que  $L_v(T_h) \gg c_{p,v} \cdot (T_1 - T_h)$  (cf données) :

$$x_1 = \frac{x_{sat}(T_h) \cdot L_v(T_h) + c_{p,as} \cdot (T_h - T_1)}{L_v(T_h)}$$

On vérifie que :

$$x_1 = x_{sat}(T_h) - A \cdot (T_1 - T_h) \quad \text{avec} \quad A = c_{p,as}/L_v(T_h)$$

9) A.N. : Mesures  $p_{sat}(T_1) = 2300 \text{ Pa}$  et  $p_{sat}(T_h) = 1700 \text{ Pa}$  on calcule  $\gamma = 66,4 \text{ Pa} \cdot \text{K}^{-1}$  et  $HR = 0,59$ .

10) A partir du diagramme psychrométrique on lit (cf point P)  $HR = 60 \% = 0,60$  ce qui est en accord avec les résultats précédents.

