

Devoir Maison n° 13

Thermodynamique

Problème 1 Etude d'un générateur à turbine

Le problème, consacré au fonctionnement d'un générateur à turbine, se décompose en trois volets :

- la première partie, introductive, est consacrée à l'étude du cycle idéal de Carnot ;
- la deuxième partie traite d'un générateur à turbine à gaz fonctionnant sur un cycle de Brayton ; l'énergie thermique des gaz sortant de la turbine est réutilisée pour améliorer le rendement de la turbine, c'est la régénération ;
- les gaz d'échappement sont encore exploités pour une production combinée d'énergie thermique et d'énergie mécanique : c'est la cogénération en troisième partie ;

Les industries, les hôpitaux et les villes sont des sites qui ont besoin d'un apport d'énergie très important : les consommations d'électricité, de chaleur ou de froid y sont nécessaires conjointement. De petites turbines à gaz intégrées à de grands immeubles, à des quartiers administratifs, à des centres commerciaux ou à des usines assurent la stabilité et le contrôle local de leurs productions. La cogénération a l'avantage d'exploiter la chaleur dégagée par les gaz d'échappement, habituellement dissipée dans l'environnement, pour délivrer de façon combinée de l'énergie thermique et de l'énergie mécanique. L'une peut être utilisée pour le chauffage des immeubles, alors que l'autre produit de l'électricité par couplage avec un alternateur.

A Cycle de Carnot

A.1 Diagramme de Watt

Le cycle réversible de Carnot décrit par le fluide est constitué des quatre transformations :

- deux isothermes ($1 \rightarrow 1'$) et ($2 \rightarrow 2'$) de températures respectives T_1 et T_2 ($T_1 > T_2$) au cours desquelles sont échangés les transferts thermiques respectifs Q_1 et Q_2 ;
- deux adiabatiques ($1' \rightarrow 2$) et ($2' \rightarrow 1$) joignant les deux isothermes.

Ce cycle moteur est représenté dans le diagramme de Watt (P, V), visualisant la pression P du gaz en fonction du volume V qu'il occupe.

- A.1.1** Exprimer dans le cas du gaz parfait le rapport des pentes des tangentes aux courbes représentant une isotherme et une adiabatique réversible en un point commun du diagramme (P, V) en fonction du rapport γ de ses capacités thermiques à pression et volume constants.
- A.1.2** En déduire la représentation du cycle moteur de Carnot en précisant son orientation, les états 1, 1', 2 et 2' du fluide, les isothermes T_1 et T_2 . Que représente l'aire du cycle ?
- A.1.3** Définir le rendement η de ce cycle puis l'exprimer en fonction des températures T_1 et T_2 . Calculer sa valeur pour $T_1 = 1300 \text{ K}$ et $T_2 = 300 \text{ K}$.
- A.1.4** Ce rendement dépend-il de la nature du fluide considéré ? Justifier que la valeur du rendement de Carnot ne peut être dépassée par aucun moteur réel fonctionnant entre les deux mêmes sources de chaleur.

A.2 Diagramme entropique

Le diagramme entropique (T, S) est la représentation de la température T en fonction de l'entropie S du système étudié.

- A.2.1** Montrer que, lorsque la transformation subie par le fluide thermique est adiabatique et réversible, son entropie est conservée.
- A.2.2** Représenter le cycle de Carnot dans le diagramme (T, S) en précisant son orientation, les états 1, 1', 2 et 2' du fluide, les températures T_1 et T_2 ainsi que les entropies maximale et minimale du système, notées respectivement S_{max} et S_{min} .
- A.2.3** Exprimer $\Delta S_{1 \rightarrow 1'}$ et $\Delta S_{2 \rightarrow 2'}$ en fonction de S_{max} et S_{min} , puis en fonction de Q_1 , Q_2 , T_1 et T_2 .

A.2.4 En utilisant l'identité thermodynamique, comparer, en le justifiant, l'aire de ce cycle réversible à l'aire du cycle visualisé en diagramme de Watt. Retrouver l'expression du rendement de Carnot par une méthode graphique.

B Etude d'un générateur à turbine à gaz

Le schéma simplifié du générateur à turbine (figure 1) est représenté ci-dessous :

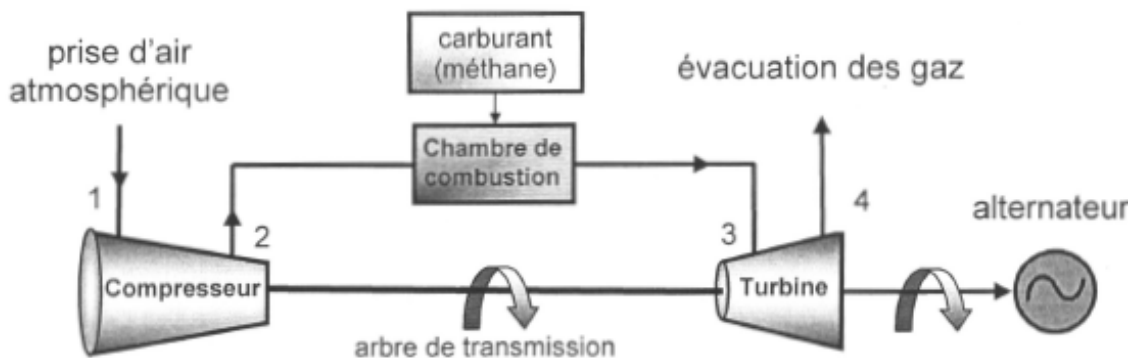


FIGURE 1 – Schéma de principe d'un générateur à turbine

L'énergie thermique est fournie dans la chambre de combustion et l'énergie mécanique est récupérée sur l'arbre de transmission de la turbine pour entraîner le compresseur et actionner l'alternateur. Les éléments de la turbine à gaz (compresseur, chambre de combustion, turbine, échangeurs thermiques) traversés par le fluide en écoulement sont des systèmes ouverts.

B.1 Premier principe pour un système ouvert

Les hypothèses suivantes seront adoptées tout au long du problème :

- le régime de fonctionnement de la machine est stationnaire ;
- les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle de pesanteur du fluide traversant chaque partie du dispositif sont négligeables devant les autres formes d'énergie.

Schéma de principe : (figure 2)

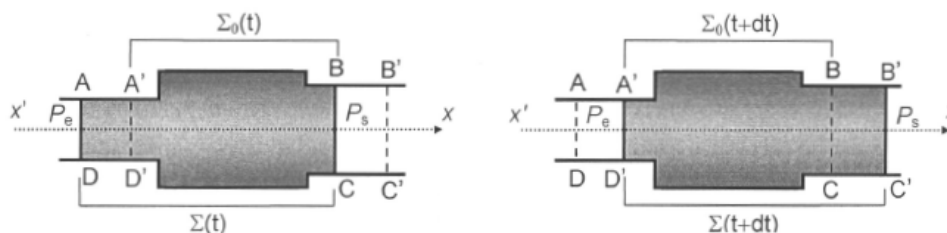


FIGURE 2 –

Le volume de contrôle $A'BCD'$ définit le système machine ouvert Σ_0 . La masse de fluide gazeux contenue dans ce volume est notée $m_0(t)$ à la date t et $m_0(t + dt)$ à la date $t + dt$. Le fluide s'écoule du réservoir de pression P_e au réservoir de pression P_s ($P_e > P_s$) : pendant la durée dt , une masse δm_e (contenue dans le volume $AA'D'D$) entre par l'ouverture de section S_e et une quantité de matière de masse δm_s (contenue dans le volume $BB'CC'$) sort par l'ouverture de section S_s .

Le système fermé Σ considéré pour cette étude occupe à l'instant t le volume $ABCD$ puis à l'instant $t + dt$ le volume $A'B'C'D'$.

Pour les fluides entrant et sortant, u , h et v désignent respectivement l'énergie interne massique, l'enthalpie massique et le volume massique du fluide. L'indice "e" est relatif aux grandeurs d'entrée du secteur $AA'D'D$ et l'indice "s" aux grandeurs de sortie du secteur $BB'CC'$.

Les grandeurs d'échange massiques entre ce système et le milieu extérieur sont :

- le transfert thermique massique q ;
- le travail massique d'écoulement ou de transvasement w_p qui est exercé par les forces pressantes à l'entrée et à la sortie de la machine ;
- le travail massique utile w_u fourni à l'intérieur de la machine par des pièces mobiles (ailettes ou pistons).

B.1.1 Etablir un bilan de masse pour le système Σ entre les instants t et $t + dt$. En déduire une relation simple entre δm_s et δm_e .

B.1.2 Déterminer en fonction de P_e , P_s , v_e et v_s le travail massique de transvasement w_p exercé par les forces de pression sur le système Σ entre les instants t et $t + dt$.

B.1.3 En appliquant le premier principe de la thermodynamique au système Σ entre les instants t et $t + dt$, montrer que :

$$h_s - h_e = w_u + q$$

B.2 Cycle de Brayton idéal

Le fluide utilisé dans les générateurs à turbine à gaz est l'air atmosphérique.

Les étapes successives du cycle de Brayton réversible décrit par l'air sont les suivantes :

- 1 \rightarrow 2 : l'air atmosphérique s'engage en 1 dans le compresseur où il est comprimé de façon isentropique.
- 2 \rightarrow 3 : l'air frais est ensuite admis dans la chambre de combustion où le gaz naturel est injecté et s'enflamme. Le fluide est porté à des températures très élevées de façon isobare, sans apport de travail. Sa composition n'est pas modifiée.
- 3 \rightarrow 4 : le gaz chaud subit dans la turbine une détente isentropique. Cette détente est utilisée pour produire un travail mécanique dont une partie sert à faire fonctionner le compresseur alors que l'autre actionne l'alternateur. A la sortie 4 de la turbine, les gaz d'échappement sont évacués vers l'atmosphère.
- 4 \rightarrow 1 : le gaz chaud qui s'échappe subit un refroidissement sans apport de travail au contact de la source froide (l'air atmosphérique). Le transfert thermique est isobare.

La puissance fournie par la turbine est modulée grâce au débit d'air envoyé dans le compresseur à l'entrée 1 du dispositif et à la quantité de gaz naturel injecté dans la chambre de combustion.

L'air atmosphérique, le mélange initial air-gaz naturel et les gaz brûlés d'échappement sont assimilés à un même gaz parfait. Le rapport de ses capacités thermiques à pression et volume constants γ est supposé constant et égal à 1,4. Sa capacité thermique massique à pression constante est $c_p = 1,0 \text{ kJ.kg}^{-1}.K^{-1}$.

Le cycle de Brayton est représenté (figure 3) dans le diagramme entropique, où T est la température du gaz et s son entropie massique :

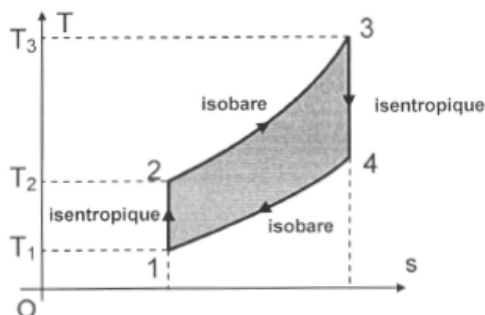


FIGURE 3 – Cycle de Brayton idéal en diagramme (T, S)

Données numériques : $T_1 = 300 \text{ K}$; $P_1 = 1,0 \text{ bar}$; $T_3 = 1300 \text{ K}$; $P_2 = 10 \text{ bar}$.

On posera pour simplifier les expressions :

$$\lambda = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \text{ et } \tau = \frac{T_3}{T_1}$$

- B.2.1** Démontrer la loi de Laplace relative au couple (P, T) en précisant ses conditions d'utilisation. En déduire T_2 et T_4 en fonction de λ , τ et T_1 . Applications numériques.
- B.2.2** Exprimer puis calculer le travail massique utile de compression w_{12} absorbé par le gaz (fourni au gaz par le compresseur) au cours de la transformation adiabatique $1 \rightarrow 2$, en fonction de c_p , T_1 et λ .
- B.2.3** A l'issue de la combustion (étape $2 \rightarrow 3$), la chambre fournit au gaz une énergie thermique massique de combustion q_{23} qui amène la température de celui-ci à la valeur $T_3 = 1300 \text{ K}$. Exprimer q_{23} en fonction de c_p , T_1 , λ et τ . Réaliser l'application numérique.
- B.2.4** Exprimer puis calculer le travail massique utile w_T récupéré par la turbine (fourni à la turbine par le gaz) au cours de la transformation $3 \rightarrow 4$, en fonction de c_p , λ , T_1 et τ .

Le travail w_c fourni au compresseur par la turbine est intégralement transféré au gaz par le compresseur au cours de la transformation $1 \rightarrow 2$: $w_c = w_{12}$.

- B.2.5** Ecrire le travail utile w_a fourni par la turbine pour actionner l'alternateur, puis l'exprimer en fonction de c_p , λ , T_1 et τ ; effectuer l'application numérique.
Pour quelle valeur λ_{max} de λ (fonction de τ) ce travail w_a est-il maximal? Comparer λ_{max} à la valeur numérique de λ adoptée pour la turbine.
- B.2.6** Calculer le rapport $R = \frac{w_c}{w_a}$ qui évalue la répartition entre le travail w_c que fournit la turbine au compresseur et le travail utile w_a qu'elle fournit à l'alternateur. Commenter.
- B.2.7** Définir le rendement thermique η du générateur à turbine et l'exprimer en fonction du paramètre λ . Calculer η pour le travail w_a fourni par la turbine à l'alternateur et le comparer à celui d'un cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures extrêmes.
- B.2.8** Exprimer puis calculer le transfert thermique massique q_{41} reçu par le gaz au cours de la phase d'échappement $4 \rightarrow 1$, en fonction de c_p , λ , T_1 et τ .
Cette énergie thermique est-elle une énergie récupérable? Commenter.

B.3 Cycle de Brayton réel

En réalité, des phénomènes irréversibles tant au niveau du compresseur qu'au niveau de la turbine se produisent et des chutes de pression apparaissent dans les conduits et dans la chambre de combustion. Le cycle réel décrit par la turbine diffère alors du cycle idéal décrit précédemment. Il est représenté (figure 4) dans le diagramme entropique par le cycle $1 \rightarrow 2' \rightarrow 3 \rightarrow 4' \rightarrow 1$ comme schématisé ci-dessous :

Les transformations $1 \rightarrow 2'$ et $3 \rightarrow 4'$ sont des adiabatiques irréversibles ; les transformations $2' \rightarrow 3$ et $4' \rightarrow 1$ des isobares.

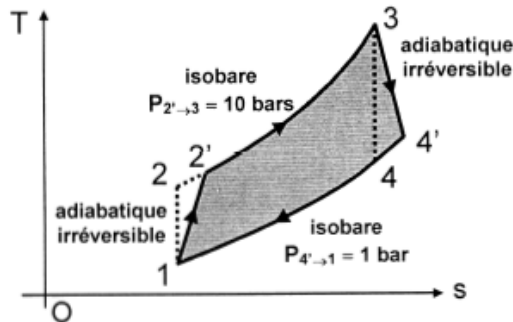


FIGURE 4 – Cycle de Brayton réel en diagramme (T, S)

Les irréversibilités dans le compresseur et dans la turbine sont prises en compte grâce aux rendements isentropiques :

$$\eta_c = \frac{h_2 - h_1}{h_{2'} - h_1} = 0,80$$

$$\eta_T = \frac{h_{4'} - h_3}{h_4 - h_3} = 0,85$$

B.3.1 Déterminer la température réelle de sortie du compresseur $T_{2'}$, puis la température réelle à la sortie de la turbine $T_{4'}$, en fonction de λ , T_1 , τ , η_c et η_T . Applications numériques.

B.3.2 Exprimer puis calculer le travail massique utile de compression $w_{12'}$ absorbé par le gaz en fonction de c_p , T_1 , λ et η_c .

B.3.3 Déterminer l'énergie thermique massique de la combustion réelle $q_{2'3}$, puis le travail utile réel w'_T récupéré par la turbine au cours de la transformation $3 \rightarrow 4'$, en fonction de c_p , λ , T_1 , τ , η_c et η_T . Applications numériques.

B.3.4 Le travail w'_c fourni au compresseur par la turbine est intégralement transféré au gaz par le compresseur au cours de la transformation $1 \rightarrow 2'$. Déterminer, en fonction de c_p , λ , T_1 , τ , η_c et η_T , le travail utile w'_a fourni par la turbine pour actionner l'alternateur. Application numérique.

Pour quelle valeur λ'_{max} de λ (fonction de τ , η_c et η_T), ce travail w'_a est-il maximal? Comparer cette valeur numérique λ'_{max} à la valeur λ adoptée pour la turbine.

B.3.5 Calculer le rapport $R' = \frac{w'_c}{w'_a}$ qui évalue la répartition entre le travail $w'_c = w_{12'}$ que fournit la turbine pour actionner le compresseur et le travail w'_a qu'elle destine à la rotation de l'alternateur.

Calculer le rendement thermique η' du générateur à turbine pour le cycle réel. Comparer R' au rapport idéal R et η' au rendement η du cycle théorique. Commenter.

B.4 Régénérateur

La température des gaz d'échappement à la sortie de la turbine est considérablement plus élevée que la température de l'air comprimé admis dans la chambre de combustion. Une partie de la chaleur des gaz d'échappement peut ainsi être avantageusement récupérée pour le préchauffage de l'air de combustion. Le rendement du générateur à turbine, de faible valeur dans le cas du cycle de Brayton réel, en est ainsi amélioré.

Le "régénérateur" est un échangeur de chaleur intercalé entre le compresseur et la chambre de combustion. En traversant le régénérateur, les gaz d'échappement échauffent l'air comprimé en écoulement vers la chambre de combustion, moins de chaleur issue de la combustion du carburant est donc requise et moins de combustible se révèle nécessaire.

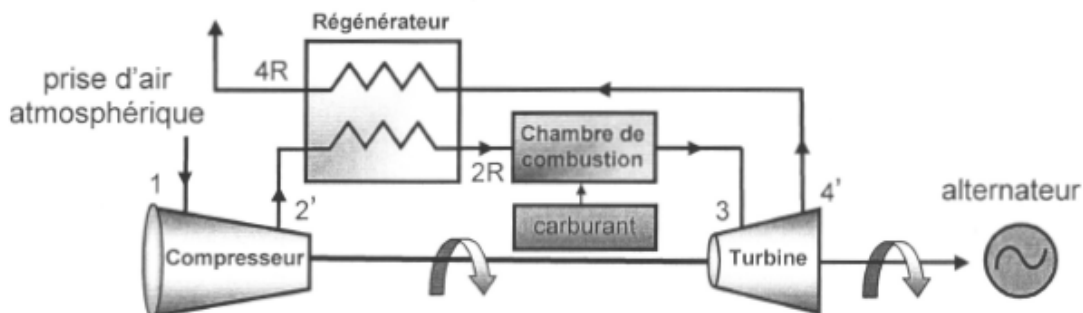


FIGURE 5 – Principe du régénérateur

Les travaux et la chaleur $q_{2'3}$ échangés restent les mêmes que dans le cas précédent sans régénération, seul l'apport de chaleur que doit fournir la combustion est modifié.

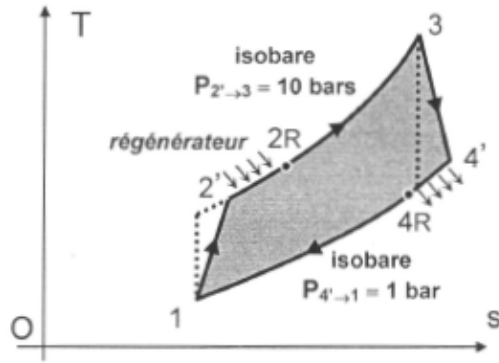


FIGURE 6 –

Le régénérateur fonctionne de manière isobare. Le coefficient d'efficacité ϵ de l'échangeur est défini comme le rapport entre le transfert thermique reçu par le gaz et celui que l'on pourrait recueillir au maximum :

$$\epsilon = \frac{h_{2R} - h_{2'}}{h_{4'} - h_{2'}} = 0,95$$

- B.4.1 Préciser la valeur numérique de la température de sortie du régénérateur T_{2R} .
- B.4.2 Calculer le transfert thermique massique $q_{2'2R}$ reçu par le gaz en sortie de l'échangeur.
- B.4.3 Conclure sur la valeur du rendement η_R du cycle de Brayton réel avec régénération.

C Cogénération d'énergies

Le générateur à turbine alimente en électricité une usine située à proximité : le travail fourni par la turbine fait tourner le rotor d'un turbo-alternateur couplé à son arbre de transmission. Mais le dispositif ne génère que peu d'électricité alors qu'une importante énergie thermique est perdue. Cette chaleur excédentaire des gaz de combustion très chauds peut être une ressource énergétique à valoriser, par exemple dans l'alimentation d'un réseau de chauffage urbain. Cette production conjointe d'énergie mécanique et d'énergie thermique constitue la "cogénération".

Le générateur à turbine fournit de la puissance électrique mais il rejette également des gaz de combustion très chauds. Cette puissance thermique sert à réchauffer un fluide pour le chauffage de locaux de l'usine. Un échangeur thermique, dispositif dans lequel le gaz rejeté et l'eau domestique échangent de l'énergie thermique sans se mélanger, est placé en sortie de la turbine.

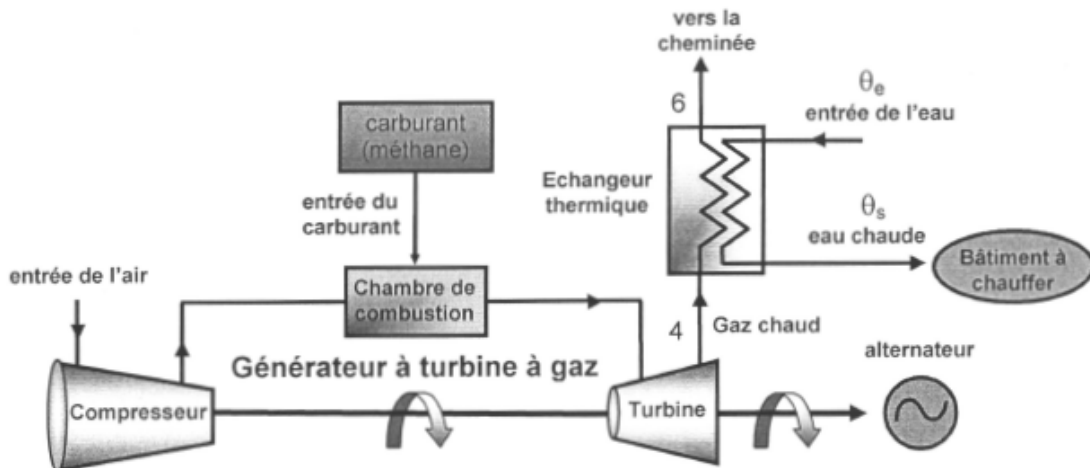


FIGURE 7 – Principe de l'échangeur de cogénération

D_m est le débit massique du fluide en régime permanent, P_{th} et P_u les puissances respectivement thermique et utile qu'il échange avec le milieu extérieur.

C.1 Reprendre la question B.1.3. et, en appliquant le premier principe de la thermodynamique au système Σ fermé entre les instants t et $t + dt$, montrer que :

$$D_m(h_s - h_e) = P_{th} + P_u$$

L'échangeur thermique de cogénération est parfaitement calorifugé ; il fonctionne de manière isobare et ne reçoit aucune puissance mécanique autre que la puissance des forces de pression.

Une vanne de régulation permet d'adapter le débit massique d_m de l'eau aux besoins de son réchauffement. Le gaz d'échappement, de débit massique D_m , est évacué (point 4) par la turbine à une température $\theta_4 = 400 \text{ }^\circ\text{C}$, il sort par la cheminée (point 6) à une température de l'ordre de $\theta_6 = 150 \text{ }^\circ\text{C}$. Conjointement, l'eau entre dans l'échangeur thermique à la température $\theta_e = 5 \text{ }^\circ\text{C}$ et en sort à la température $\theta_s = 60 \text{ }^\circ\text{C}$.

C.2 Calculer le rapport $\frac{d_m}{D_m}$ des débits des deux circuits correspondant à une telle élévation de la température de l'eau.

Données :

- capacité thermique massique du gaz d'échappement : $c_p = 1,0 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- capacité thermique massique de l'eau : $c_e = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Problème 2 Sonder l'atmosphère

L'atmosphère entoure toute la Terre et permet à toutes les espèces vivantes terriennes de respirer pour vivre. Les phénomènes physiques intervenant dans l'atmosphère sont nombreux et caractérisent en fait différentes couches en fonction de l'altitude : de la troposphère au niveau du sol jusqu'à l'ionosphère couche d'atmosphère la plus haute avant l'Espace. On se propose dans ce sujet d'étudier la façon dont les météorologistes sondent les basses couches de l'atmosphère (troposphère et basse stratosphère) pour tenter de comprendre et de modéliser les phénomènes météorologiques en vue notamment de répondre à la difficile question : « quel temps fera-t-il demain ? ».

Données numériques :

Rayon de la Terre	$R_T = 6,4 \cdot 10^3 \text{ km}$
Accélération de la pesanteur au niveau du sol	$g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$
Constante des gaz parfaits	$R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
Masse molaire de l'air	$M_{air} = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$
Masse molaire de l'Helium	$M_{He} = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$

On rappelle qu'à l'ordre 1 en ϵ : $(1 + \epsilon)^\alpha = 1 + \alpha\epsilon$ et $e^\epsilon = 1 + \epsilon$

A Modéliser l'atmosphère

Toute prévision météorologique est basée sur un modèle fiable de l'atmosphère rendant compte en particulier de la pression, de la température et de l'hygrométrie (humidité de l'air) en différents points de l'espace. Des mesures expérimentales de ces grandeurs en fonction de l'altitude sont ainsi effectuées régulièrement à l'aide de ballons-sonde pour permettre d'affiner les modèles informatiques existants et de prévoir les éventuelles formations nuageuses. Dans cette partie, le champ de pesanteur est uniforme et égal à sa valeur au niveau du sol. L'air sera toujours considéré localement comme un gaz parfait.

A.1 Modèle simple de l'atmosphère isotherme On considère dans un premier temps le cas d'une atmosphère isotherme au repos, dans laquelle la température est uniforme et vaut $T_0 = 273 \text{ K}$. La pression au niveau du sol vaut $P_0 = 1,0 \text{ bar} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. On appelle $P(z)$ la pression qui règne à l'altitude z .

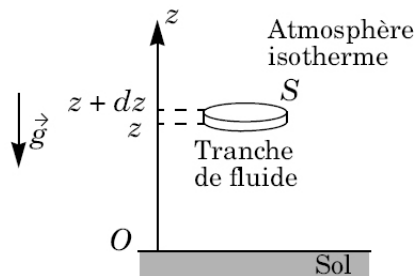


Figure 1 : tranche de fluide dans le modèle de l'atmosphère isotherme

- A.1.1** Faire un bilan des forces s'exerçant sur une tranche de fluide de base S , comprise entre les altitudes z et $z + dz$ (figure 1). En déduire l'équation différentielle vérifiée par $P(z)$.
- A.1.2** Déterminer l'expression de la pression $P(z)$ qui règne à l'altitude z . Le tracé de $P(z)$ est reporté sur la figure 3 ci-après (courbe en pointillés).
- A.1.3** Déduire de ce qui précède l'ordre de grandeur de l'épaisseur de l'atmosphère isotherme dans le cadre de ce modèle. Faire l'application numérique. Montrer que l'on peut retrouver ces résultats graphiquement.

A.2 Profils de température et de pression dans l'atmosphère réelle Les données transmises par un ballon-sonde au cours d'une traversée de la troposphère et de la basse atmosphère permettent de tracer les profils réels de température et de pression régnant à la verticale d'une station météo. Les résultats sont rassemblés sur la figure 2 ci-après :

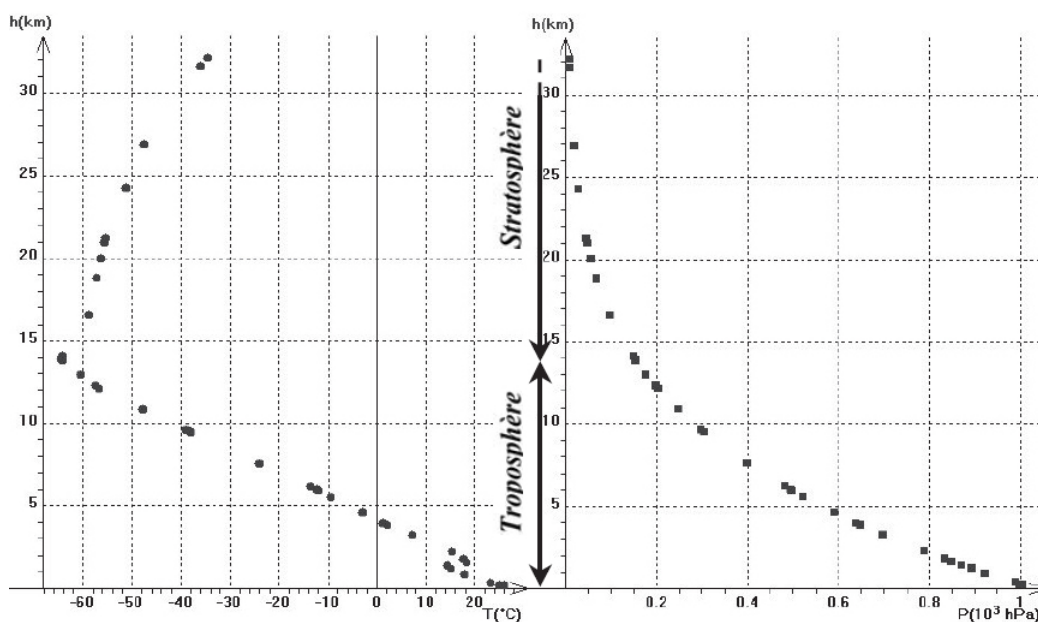


Figure 2 : relevés de température et de pression dans la troposphère et la stratosphère

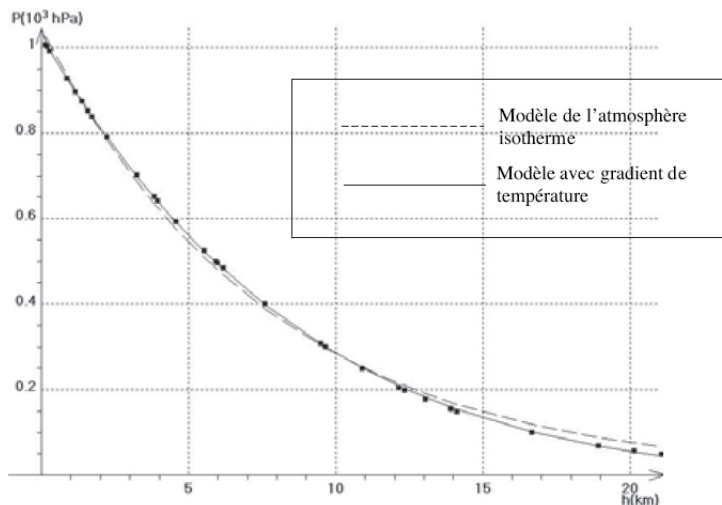


Figure 3 : profil de pression dans la troposphère ; en pointillés, modèle de l'atmosphère isotherme ; en trait plein, modèle avec gradient de température.

A.2.1 Quelle différence essentielle y-a-t-il entre la stratosphère et la troposphère ?

A.2.2 Que pensez-vous du modèle vu en A.1 de l'atmosphère isotherme pour décrire la stratosphère ? On comparera les profils réels de température et de pression avec les résultats du modèle (voir figure 3 courbe en pointillés).

On cherche à affiner le modèle précédent en considérant cette fois un profil de température de la forme : $T(z) = T_0 - az$ avec T_0 et a des paramètres constants.

A.2.3 Commenter le choix de ce profil de température et évaluer numériquement T_0 et a .

A.2.4 Montrer que le champ de pression dans la troposphère se met sous la forme : $P(z) = P_0(1 - bz)^\alpha$ où b et α sont des paramètres constants à déterminer. Comparer alors ce champ de pression avec celui obtenu en A.1 pour l'atmosphère isotherme lorsque l'on se place à faible altitude ($bz \ll 1$).

Un logiciel informatique de traitement de données permet d'ajuster les valeurs de P_0 , b et α pour que le modèle décrive correctement les points expérimentaux. On obtient ainsi : $P_0 = 1,03 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $b = 1,95 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ et $\alpha = 5,91$. La courbe correspondante est tracée en trait plein sur la figure 3.

A.2.5 Dédurre de ces résultats une autre détermination de T_0 et a et comparer aux valeurs trouvées précédemment. Conclure quant à la validité de ce modèle pour décrire la troposphère.

A.2.6 En utilisant le même critère que celui vu en A.1.3 pour l'atmosphère isotherme, évaluer l'épaisseur de l'atmosphère dans ce nouveau modèle. Conclure.

B Étude d'un ballon sonde

Le ballon-sonde est le moyen le plus simple et le plus économique d'envoyer une charge dans les différentes couches de l'atmosphère. Les ballons météorologiques, embarquant du matériel scientifique de mesure, explorent par exemple toute la troposphère et la basse stratosphère.

On se propose ici d'étudier quelques variantes d'un ballon-sonde stratosphérique : ballon ouvert à l'hélium et ballon fermé à l'hélium. Dans toute cette partie, l'atmosphère est supposée isotherme, de température $T_0 = 273 \text{ K}$, et le champ de pression est celui fourni par la figure 3 de la partie A. La pression au niveau du sol vaut $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Tous les gaz sont considérés comme parfaits et on négligera la force de frottement dans l'air.

B.1 Le ballon stratosphérique ouvert (B.S.O)

On considère le ballon sonde, représenté sur la figure 4 ci-contre, composé :

- d'une enveloppe supposée sphérique, de volume $V = 100 \text{ m}^3$ (correspondant à un diamètre de l'ordre de 6 m), ouverte sur l'extérieur par des manches d'évacuation situées à la base du ballon ;
- d'un parachute permettant de ralentir la descente du ballon à la fin de la mission ;
- d'un réflecteur radar rendant plus facile le suivi à distance du ballon ;
- d'une nacelle contenant les appareils de mesure, le système de télécommunication et de positionnement G.P.S.

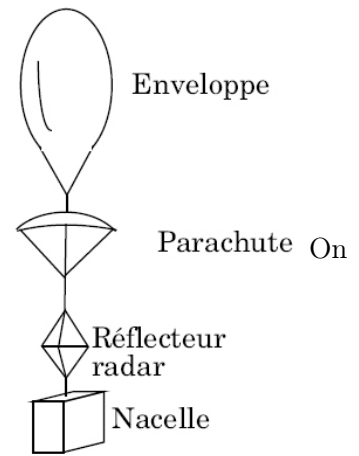


Figure 4 : Ballon-sonde

Dans ce type de ballon, l'enveloppe est indéformable et garde un volume V constant. Le ballon étant ouvert à sa base, la pression à l'intérieur du ballon est identique à tout moment à celle qui règne à l'extérieur. Au moment du lancement, le ballon est gonflé à l'hélium.

On suppose que la température à l'intérieur du ballon reste constante, égale à la température extérieure T_0 . La masse m de l'ensemble (enveloppe + parachute + réflecteur + nacelle) reste constante au cours du vol. Le volume du ballon est assimilé à celui de son enveloppe.

- B.1.1** Le ballon-sonde étant prévu pour monter à quelques dizaines de kilomètres d'altitude, faut-il tenir compte de la variation du champ de pesanteur, assimilé ici au champ de gravitation terrestre, avec l'altitude ? Évaluer la variation relative maximale $\frac{\Delta g}{g}$ du champ de pesanteur entre le sol et l'altitude $z = 20 \text{ km}$. Conclure.
- B.1.2** Déterminer la masse m_{gaz} de gaz contenue dans l'enveloppe au décollage.
- B.1.3** Effectuer un bilan des forces précis s'exerçant sur le ballon au moment du décollage. En déduire une condition sur m pour que le ballon décolle effectivement. On considère dans la suite $m = 10 \text{ kg}$.
- B.1.4** Expliquer ce qui se passe dans le ballon au cours de son ascension.
- B.1.5** Le plafond est atteint lorsque le ballon est à son altitude maximale. A quelle condition le ballon plafonne-t-il ? Estimer alors l'altitude maximale atteinte par le ballon-sonde.

Dès que le plafond est atteint, un système de largage libère le ballon de son enveloppe. Le ballon entame alors sa descente, ralentie par le parachute. Une fois retrouvés sur la sol, les appareils de mesure pourront servir une nouvelle fois pour une prochaine mission.

B.2 Cas d'un ballon fermé Le ballon-sonde possède cette fois une enveloppe élastique fermée. Cette enveloppe est remplie d'une masse $m_{\text{He}} = 0,80 \text{ kg}$ d'hélium au moment du lancement. Les accessoires sont identiques à ceux du ballon vu en **B.1**. On suppose comme précédemment que la température à l'intérieur du ballon est identique à chaque instant à celle de l'air extérieur T_0 . Les observations indiquent que le ballon a un diamètre de 2 m au décollage pour atteindre son diamètre maximal de $4,6 \text{ m}$, juste avant que l'enveloppe n'éclate à son altitude maximale.

- B.2.1** Expliquer qualitativement les phénomènes qui provoquent l'éclatement du ballon.

L'élasticité de l'enveloppe s'explique par les propriétés de tension superficielle du matériau, qui imposent la relation suivante entre la pression intérieure P_{int} du ballon et la pression extérieure de l'air P_{ext} (formule de Laplace) : $P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = \frac{4\sigma}{r}$ où σ est appelé coefficient de tension superficielle et r le rayon de l'enveloppe sphérique.

- B.2.2** Préciser l'unité de σ et calculer numériquement sa valeur.
- B.2.3** Déterminer l'altitude maximale atteinte par le ballon-sonde.