

Devoir surveillé n° 7 (Sujet A)

Thermodynamique

- La durée de l'épreuve est de 4 heures. Les étudiants ne sont pas autorisés à sortir avant la fin du temps prévu.
- L'usage de la calculatrice est autorisé.
- Les numéros de questions et les résultats doivent ressortir de votre copie (pas de rédaction monochrome).
- Toute application numérique ne comportant pas d'unité sera considérée comme fausse.
- Les résultats littéraux non homogènes entraîneront la perte de tous les points de la question.
- Si au cours de l'épreuve vous repérez ce qui semble être une erreur d'énoncé, vous le signalerez sur votre copie et poursuivrez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous avez été amené à prendre.

Problème 1 Étude d'un autocuiseur

L'autocuiseur (photo ci-dessous), couramment appelé « cocotte-minute », a été inventé en 1679 par le français Denis Papin.



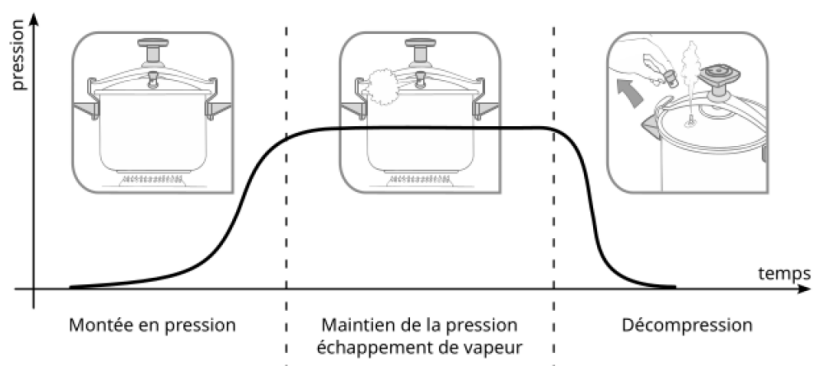
Il s'agit d'un dispositif de cuisson des aliments sous une pression supérieure à la pression atmosphérique.

L'augmentation de pression s'accompagne d'une augmentation de la température maximale atteinte, ce qui accélère la cuisson des aliments.

Une soupape permet de limiter la pression intérieure en évacuant la vapeur d'eau formée et assure une cuisson à température constante.

L'autocuiseur contient toujours un peu d'eau en plus des aliments à cuire. La cuisson se déroule alors en trois étapes :

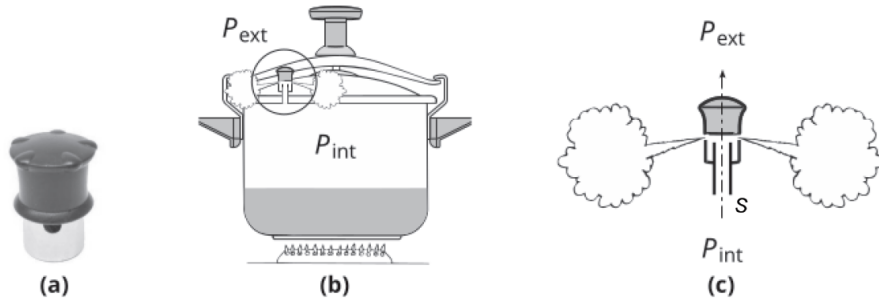
- un régime transitoire de montée en pression (et en température) du contenu de l'autocuiseur ;
- un régime de cuisson durant lequel la pression et la température de la vapeur d'eau restent constantes ;
- une décompression, souvent rapide, pour arrêter la cuisson.



A La soupape

La soupape d'échappement de la vapeur est un cylindre de masse m placé sur le couvercle de l'autocuiseur.

Elle peut coulisser verticalement sans frottement sur un cylindre creux qui fait communiquer l'intérieur de l'autocuiseur avec l'extérieur (figure ci-dessous).



Lorsque la pression augmente dans l'autocuiseur, la soupape monte, ce qui permet à la vapeur de s'échapper. En régime permanent, la soupape reste à hauteur constante (schéma (c)) et est en équilibre sous l'effet de son poids et des forces de pression.

La pression extérieure vaut $P_{\text{ext}} = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$. On note P_{int} la pression à l'intérieur de l'autocuiseur.

La soupape est pesée sur une balance de cuisine (schéma (a)) ci-dessous dont un extrait de la notice est donné (b).



(a)

Caractéristiques particulières

- Gamme de pesée : 10 g à 5 kg, avec une précision de mesure de l'ordre de 1 gramme.

(b)

A.1 En tenant compte de l'indication de précision mentionnée par la notice de la balance, écrire la valeur numérique de la masse m de la soupape. L'évaluation de son incertitude-type associée serait-elle de type A ou de type B ?

Aucun calcul d'incertitude n'est demandé par la suite.

Équilibre de pression La section du conduit cylindrique d'évacuation de la vapeur vaut $S = 7,00 \text{ mm}^2$. Des indications de pression et le volume de l'autocuiseur sont gravés sur celui-ci.



On note : $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ la valeur du champ de pesanteur.

A.2 Représenter, à l'équilibre, la soupape et les trois forces qui s'exercent sur elle.

A.3 Déterminer l'expression littérale de P_{int} en fonction de P_{ext} , m , g et S . Déterminer la valeur numérique de P_{int} .

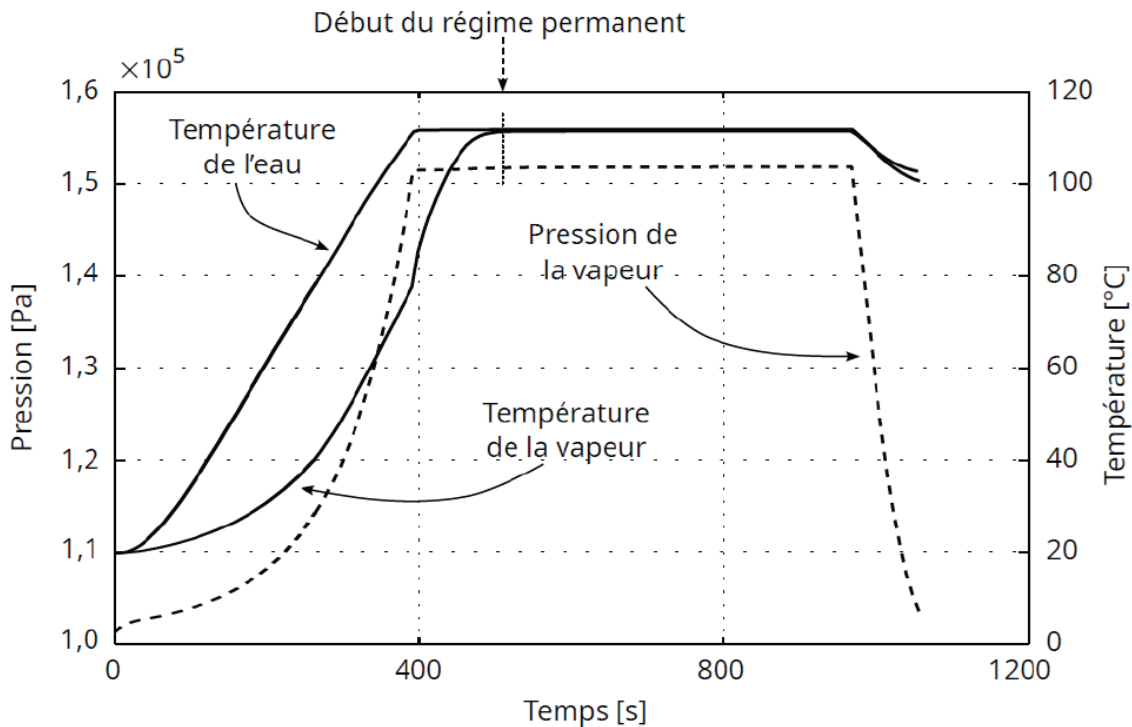
A.4 L'une des indications gravées sur l'autocuiseur permet-elle de confirmer ce résultat ?

À quoi correspond vraisemblablement l'autre indication de pression ?

B Mesures dans l'autocuiseur et exploitation

On verse un volume $V_e = 1,00 \text{ L}$ d'eau dans l'autocuiseur que l'on ferme et que l'on place sur une plaque chauffante délivrant la puissance thermique : $P_{\text{th}} = 1,50 \text{ kW}$.

Des capteurs permettent d'enregistrer la température de l'eau, la température de la phase vapeur ainsi que la pression de la phase vapeur.



On note :

- m_e la masse de l'eau,
- $c_e = 4,18 \text{ kJ K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ la capacité thermique massique de l'eau,
- $C_a = 1,23 \text{ kJ K}^{-1}$ la capacité thermique de l'autocuiseur.

L'eau et l'autocuiseur sont constamment à la même température et on note T_i leur température initiale.

Premier modèle Dans un premier temps, on suppose que toute la puissance thermique P_{th} est transférée à l'autocuiseur et à l'eau.

B.1 Relever sur la figure ci-dessus la température initiale T_i .

B.2 On note Δt la durée au bout de laquelle l'eau et l'autocuiseur atteignent la température $T_f = 100^\circ\text{C}$. Déterminer l'expression littérale de la durée Δt en fonction de m_e , c_e , C_a , T_f , T_i et de P_{th} . Déterminer la valeur numérique de Δt .

B.3 Cette durée est-elle compatible avec les données de la figure ci-dessus ? Si non, donner deux arguments permettant de justifier cet écart.

Second modèle Dans un second temps, on tient compte des pertes thermiques de l'autocuiseur vers son environnement au cours du temps sous la forme d'une puissance thermique de fuite :

$$P_f(t) = k(T(t) - T_{\text{ext}})$$

où k et T_{ext} sont des constantes.

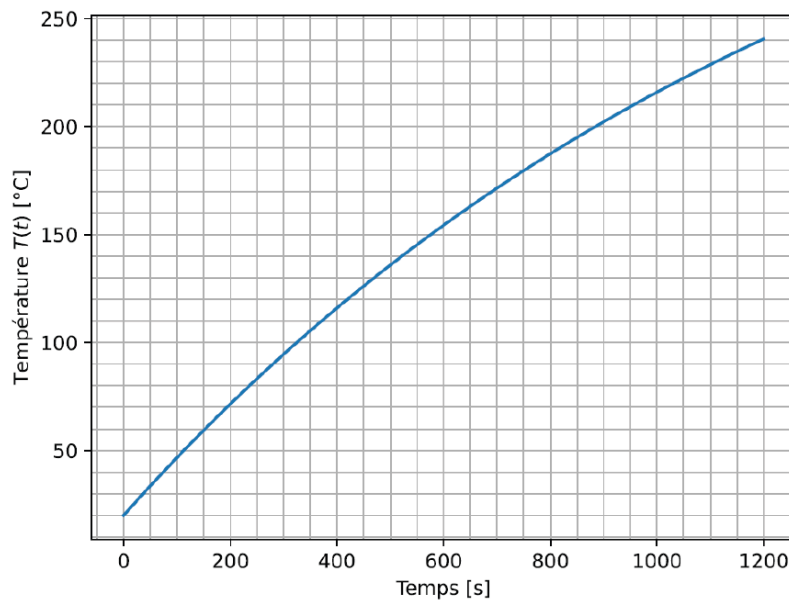
B.4 En effectuant un bilan thermique sur le système {eau + autocuiseur} pendant l'intervalle de temps infinitésimal dt , montrer que la température du système satisfait l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau} (T(t) - T_{\text{ext}}) = \frac{1}{\tau} \frac{P_{\text{th}}}{k}$$

et déterminer l'expression de τ en fonction de m_e , c_e , C_a et k .

B.5 On cherche une solution de l'équation précédente sous la forme : $T(t) = A + B \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$. Déterminer les expressions littérales de A et de B en fonction des paramètres de l'équation de la question précédente.

Le tracé de cette solution est présenté sur la figure ci-dessous.



B.6 Dédurre de cette figure la durée $\Delta t'$ nécessaire pour atteindre la température $T_f = 100^\circ\text{C}$. Le résultat est-il cohérent avec la durée Δt trouvée précédemment ? Justifier. Le résultat est-il satisfaisant ? Justifier.

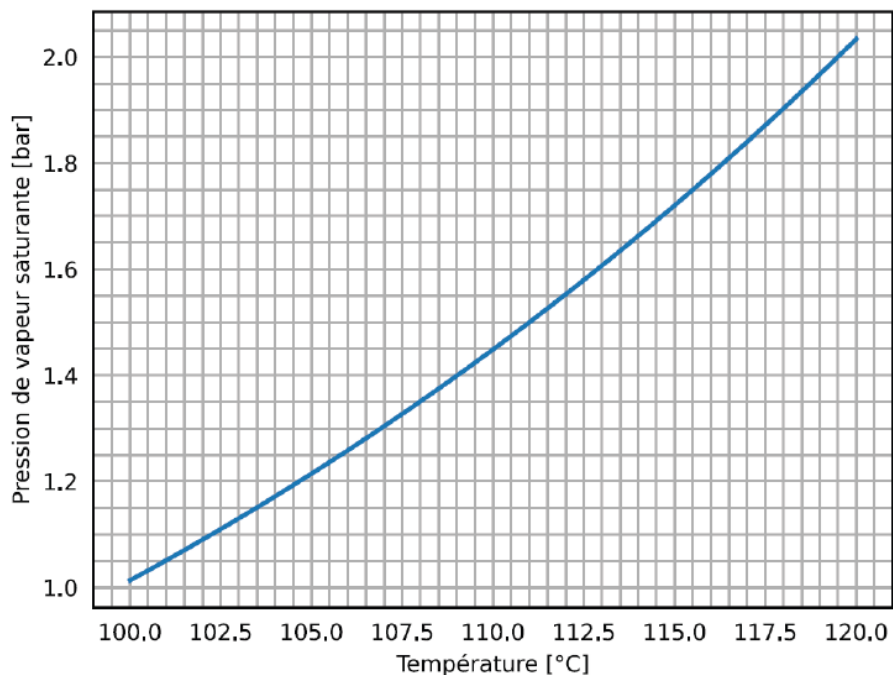
C Augmentation de la vitesse de cuisson

On observe sur la figure du début de la partie B qu'au-delà de 500 s, le régime permanent de cuisson est atteint. On note T_p la température de cuisson et P_p la pression de cuisson en régime permanent.

C.1 Relever sur cette figure la température de cuisson T_p et la pression de cuisson P_p en régime permanent.

C.2 Justifier à l'aide d'un diagramme, la raison thermodynamique pour laquelle la température et la pression sont devenues constantes.

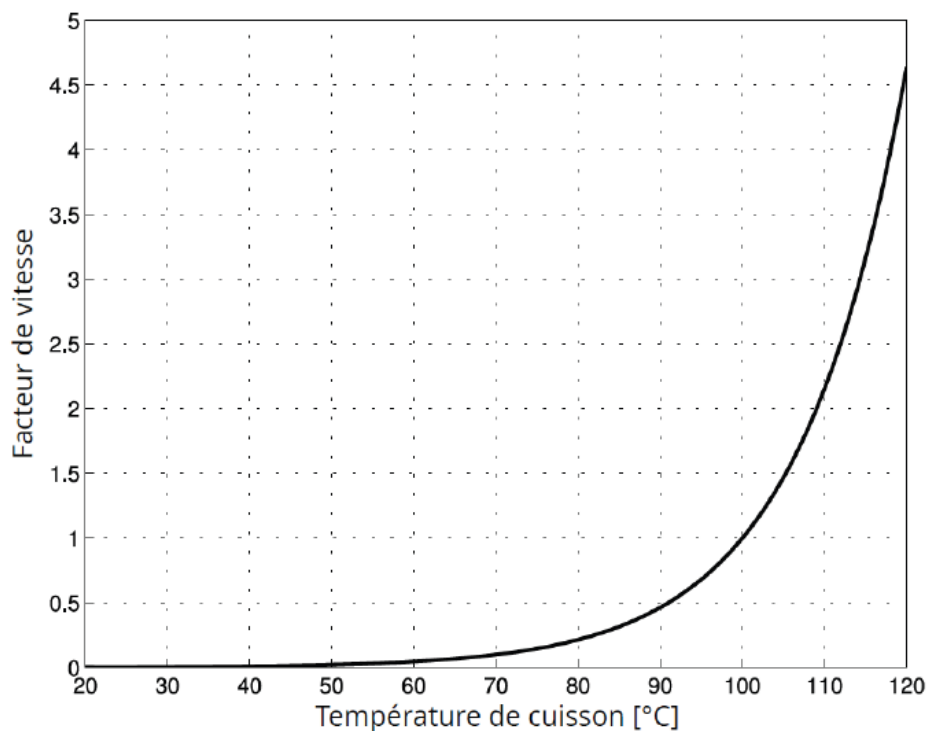
La pression de vapeur saturante de l'eau dépend de la température, comme le montre la figure ci-dessous.



C.3 Reproduire cette courbe sur votre copie en y positionnant :

- le point de cuisson en régime permanent dans un autocuiseur (T_p, P_p) ;
- le point de cuisson à ébullition sous pression ambiante (T_a, P_a).

La figure ci-dessous donne le facteur de vitesse de la cuisson en fonction de la température de cuisson. La référence est prise à 100 °C. Par exemple, une cuisson à 80 °C a un facteur de cuisson de 0,25 et est donc quatre fois plus lente qu'à 100 °C.



C.4 Sachant que la cuisson de légumes dans une casserole d'eau bouillante à l'air libre s'est faite en 20,0 minutes, estimer la durée nécessaire à la cuisson de la même quantité de légumes dans un autocuiseur.

C.5 On se place à une altitude telle que la pression vaut 0,70 bar et l'eau bout à 90 °C. En expliquant la démarche suivie et en précisant quelles informations du sujet ont été utilisées (formules, données, figures, ...), estimer la température d'ébullition de l'eau dans l'autocuiseur à cette altitude. Conclure quant à l'intérêt de l'utilisation d'un autocuiseur en altitude.

D Estimation du débit de vapeur

Lorsque l'autocuiseur fonctionne en régime permanent, la puissance thermique de la plaque chauffante est réduite à : $P_{th} = 600 \text{ W}$. Un jet de vapeur d'eau s'échappe continûment par la soupape.

La puissance fournie par la plaque chauffante sert en partie à vaporiser l'eau présente dans l'autocuiseur et est en partie perdue, les pertes étant de l'ordre de $P_f = 350 \text{ W}$.

On admet que la quantité d'eau vaporisée pendant la cuisson reste suffisamment faible pour considérer le volume d'eau liquide présent dans l'autocuiseur comme constant et égal à $V_e = 1,00 \text{ L}$ (hypothèse \mathcal{H}).

On suppose que le gaz présent dans l'autocuiseur est uniquement constitué de vapeur d'eau. Dans les conditions de cuisson, l'enthalpie massique de vaporisation de l'eau vaut $\Delta h_{vap} = 2,23 \text{ MJ kg}^{-1}$.

D.1 Expliquer pourquoi il apparaît des gouttelettes d'eau liquide dans le jet de vapeur à sa sortie par la soupape.

D.2 Déterminer, à l'aide d'un bilan enthalpique, le débit massique du jet de vapeur d'eau en mg s^{-1} .

D.3 En déduire la masse d'eau perdue dans le jet pour une cuisson de 10,0 minutes. L'hypothèse \mathcal{H} est-elle toujours vérifiée sur des durées de cuisson usuelles de 30,0 minutes ?

Problème 2 Étude et production du vide

Les techniques d'élaboration de produits et de matériaux qui font appel au « vide » sont de plus en plus nombreuses. Les basses pressions couvrent un très large domaine allant du vide grossier (10^{-1} à 10^{-3} fois la pression atmosphérique), jusqu'au vide extrême (10^{-13} à 10^{-17} fois la pression atmosphérique). Le choix du matériel à utiliser pour atteindre et maintenir le vide dépend du niveau de pression. Ainsi, les pompes à transfert assurant l'extraction du gaz ou des vapeurs du réservoir et capables de refouler directement à la pression atmosphérique sont appelées pompes primaires : elles permettent d'atteindre le vide grossier ou moyen. Pour l'obtention d'un vide plus poussé, elles doivent être suivies de pompes dites à fixation, qui piègent par condensation les molécules à extraire.

A L'air et sa pression

A.1 Donner les principaux composants de l'air et leur proportion dans les conditions habituelles de l'atmosphère.

A.2 À quoi est due la pression cinétique des gaz ?

A.3 Donner la valeur de la pression atmosphérique normale P_{atm} dans une unité du système S.I. que l'on précisera et dans un autre système d'unités.

A.4 Dans le cas où leur pression est faible, les gaz peuvent être considérés comme parfaits : justifier cette hypothèse.

A.5 Combien y a-t-il de molécules dans 1 mm^3 d'air, assimilé à un gaz parfait, dans les conditions normales de température et de pression ? Combien en reste-t-il lorsque la pression est diminuée d'un facteur 10^6 à température constante ? Exprimer le volume disponible pour une molécule de gaz dans ce dernier cas et comparer le avec le volume propre d'une molécule (de l'ordre de 10^{-27} m^3). Quelle remarque peut-on faire ?

Données : Dans les conditions normales de température et de pression, $T = 273,15 \text{ K}$ et la pression est égale à la pression atmosphérique ; $R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ et $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

B Définition statistique de la pression dans la théorie cinétique des gaz

B.1 Soit n^* la densité volumique moléculaire à la température T d'un gaz supposé parfait. Montrer que la pression du gaz est donnée en fonction de n^* , T et k_B la constante de Boltzmann par la relation $P = n^*k_B T$. Exprimer k_B en fonction de R et N_A et donner sa valeur numérique.

B.2 Un gaz parfait, en équilibre thermique dans une enceinte à la température T est constitué de N molécules de masse m . Les chocs moléculaires se traduisent par une répartition aléatoire des vitesses des molécules suivant la distribution de Maxwell. À partir de cette distribution on peut établir l'expression de la vitesse modulaire moyenne : $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$ et de la vitesse quadratique moyenne : $v^* = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$. Donner la valeur numérique de \bar{v} et v^* pour du diazote dans les conditions normales de température et de pression. Quelle remarque peut-on faire ?

Donnée : $M_N = 14 \text{ g mol}^{-1}$.

B.3 En déduire l'énergie cinétique moyenne d'une molécule en fonction de k et T .

B.4 En utilisant la loi des gaz parfaits, montrer que la pression est donnée par : $P = \frac{1}{3}n^*mv^{*2}$.

B.5 Le trajet en ligne droite effectué par une molécule de gaz entre deux chocs s'appelle le libre parcours moyen. Il est donné par la relation suivante : $l_m = \frac{1}{\pi\sqrt{2}\sigma^2 n^*}$ où σ est le diamètre des molécules (en m).

Exprimer l_m en fonction de P et T . On donne $\sigma_{N_2} = 3,77 \times 10^{-10} \text{ m}$. Calculer l_m pour du diazote dans les conditions normales de température et de pression. Que devient cette valeur si la pression est réduite d'un facteur 10^8 ? Pourquoi dit-on qu'à très basse pression, les phénomènes de paroi sont prépondérants ?

C Pompe à condensation

Parmi les différents types de pompe à fixation, on trouve les pompes à condensation. Par abaissement de la température d'une partie de la paroi de l'enceinte à vider, on condense le gaz ou la vapeur à éliminer. Le produit condensé est ensuite éliminé.

Soit une enceinte sphérique de diamètre $D = 20 \text{ cm}$, maintenue à une température constante $T = 273 \text{ K}$ sauf au niveau d'un élément de surface s représentant $0,1\%$ de la surface totale, maintenu à une température T_s inférieure à T et permettant la condensation du diazote. Cette enceinte est initialement remplie d'air dans les conditions normales de température et de pression. L'air et ses constituants sont supposés se comporter comme des gaz parfaits.

D'après la théorie cinétique des gaz, le nombre de molécules qui frappent l'unité de surface pendant l'unité de temps est donné par : $N_s = \frac{1}{4}n^*\bar{v}$ où n^* est la densité volumique de molécules, \bar{v} leur vitesse moyenne. On donne $\bar{v} = 454 \text{ m s}^{-1}$ dans les conditions de l'expérience.

C.1 En admettant que les molécules de diazote, qui frappe la surface s , y restent collés, montrer que la variation temporelle du nombre de molécule de ce gaz contenues dans l'enceinte est donnée par une relation du type : $N_{N_2} = N_{N_2}^0 \exp(-\frac{t}{\tau})$ où t est le temps en seconde et $N_{N_2}^0$ le nombre de molécules de diazote dans le réservoir à l'instant initial. Exprimer τ en fonction de D et de la vitesse \bar{v}_{N_2} d'une molécule de diazote puis donner sa valeur numérique.

Donnée : On rappelle que la surface d'une sphère de rayon R est égale à $4\pi R^2$ et que son volume est $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Problème 3 Transformations d'un gaz parfait–Résistance

A Généralités sur les gaz parfaits

On considère un gaz, assimilable à un gaz parfait, de coefficient $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ où C_P représente la capacité thermique à pression constante du gaz et C_V sa capacité thermique à volume constant.

A.1 Rappeler l'équation d'état d'un gaz parfait et l'unité des différentes grandeurs qui interviennent.

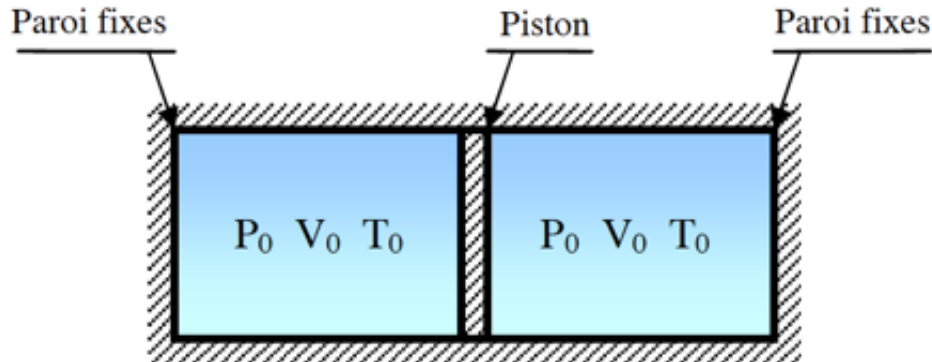
A.2 Donner les définitions des capacités thermiques à volume constant et à pression constante.

A.3 Donner la relation entre l'enthalpie H et l'énergie interne U . Quelle est l'unité de H ?

A.4 En déduire les expressions respectives de C_P et de C_V en fonction de γ , n et R .

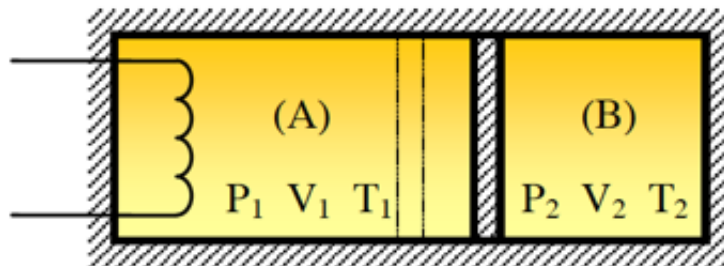
B Chauffage d'un gaz parfait

Un cylindre horizontal de volume $2V_0$ fixé est séparé en deux compartiments A et B identiques séparés par un piston calorifugé, de capacité calorifique négligeable, pouvant se déplacer sans frottement à l'intérieur du cylindre. Les parois du cylindre sont calorifugées et de capacités calorifiques négligeables.



Dans l'état initial, les deux compartiments sont occupés par un même nombre de moles n d'un gaz parfait de coefficient γ dans le même état initial P_0 , V_0 et T_0 . On donne $\gamma = 1,4$, $P_0 = 1,0$ bar, $V_0 = 1,0$ L et $T_0 = 300$ K.

On apporte très lentement un travail électrique W_{elec} à la résistance électrique R (dont on néglige la variation d'énergie interne) jusqu'à un état final pour lequel la pression dans le compartiment A vaut $P_1 = 3P_0$.



- B.1** Quelle est la nature de la transformation subie par le gaz situé dans le compartiment B ?
- B.2** Exprimer la pression P_2 , le volume V_2 et la température T_2 du compartiment B en fonction de P_0 , V_0 , T_0 et γ , puis faire les applications numériques.
- B.3** Calculer également le volume V_1 et la température T_1 du compartiment A .
- B.4** On veut déterminer le travail électrique fourni à la résistance chauffante au compartiment A . Montrer que W_{elec} s'exprime très facilement en fonction des variations d'énergie interne ΔU_1 et ΔU_2 des gaz des compartiments A et B .
- B.5** Donner l'expression de W_{elec} en fonction de P_0 , V_0 et γ puis faire l'application numérique.
- B.6** Déterminer les variations d'entropie ΔS_1 et ΔS_2 du gaz de chacun des deux compartiments ainsi que ΔS_{tot} de l'ensemble du cylindre et les commenter. Préciser, le cas échéant, la cause d'irréversibilité de la transformation.

On donne l'expression de l'entropie d'un gaz parfait en fonction des paramètres d'état T et V :

$$S(T, V) = S(T_0, V_0) + \frac{nR}{\gamma - 1} \ln \frac{T}{T_0} + nR \ln \frac{V}{V_0} \quad \text{où } S(T_0, V_0) \text{ est une constante}$$

Problème 4 Moteur de Stirling

Le moteur de Stirling est constitué de deux chambres, une chaude, une froide, reliées par un régénérateur de volume constant pouvant être constitué de fils de cuivre tressés. Le gaz, en circuit fermé, reçoit un transfert thermique d'une source chaude et cède un transfert thermique à la source froide. Le rôle du régénérateur, base de l'invention de Stirling, est fondamental pour obtenir une bonne efficacité. Dans son brevet original de 1816, Stirling explique que le gaz chaud entre dans la partie chaude du régénérateur et est progressivement refroidi durant son parcours pour ressortir par l'autre extrémité à une température presque identique à la température de la source froide. Dans le parcours inverse, le gaz est progressivement réchauffé. Cette astuce technologique permet d'avoir une partie des échanges thermiques internes au moteur. Ce problème comporte 2 parties. La première partie permet de comprendre l'intérêt du régénérateur dans le calcul de l'efficacité. La seconde partie analyse le rôle du volume et des pertes thermiques dans un régénérateur réel.

Constantes du problème :

Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Données sur le dihydrogène (H_2) :

Masse molaire : $M_{H_2} = 2,00 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$

Rapport des capacités thermiques : $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,40$

Description du cycle de Stirling

Le cycle associé à un moteur de Stirling est constitué de 2 isothermes et de 2 isochores. Il est décrit comme suit :

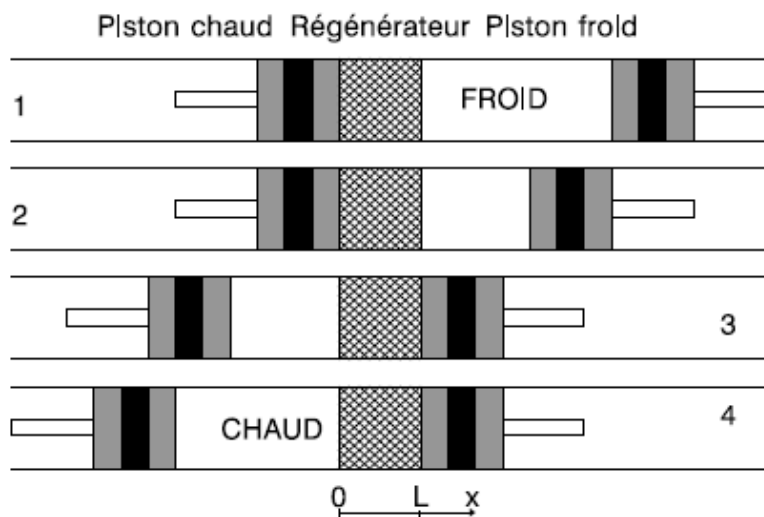
1 \rightarrow 2 compression isotherme à $T_f = 313 \text{ K}$

2 \rightarrow 3 transformation isochore de la température $T_f = 313 \text{ K}$ à la température $T_C = 1173 \text{ K}$

3 \rightarrow 4 détente isotherme à $T_C = 1173 \text{ K}$

4 \rightarrow 1 transformation isochore de la température $T_C = 1173 \text{ K}$ à la température $T_f = 313 \text{ K}$

Ce cycle est représenté sur la figure ci-dessous.



Déplacement des pistons

Caractéristiques du moteur de Stirling retenu

Température de la source chaude : 1173 K

Température de la source froide : 313 K

Volume minimum du gaz libre (uniquement chambre chaude et/ou froide) : $V_m = 1,00 \text{ L}$

Volume maximum du gaz libre (uniquement chambre chaude et/ou froide) : $V_M = 2,00 \text{ L}$

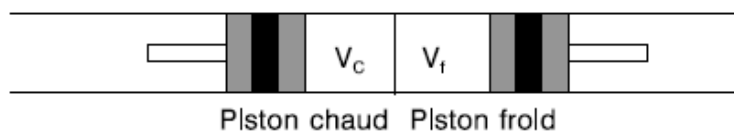
Volume du régénérateur accessible au gaz quand il est pris en compte : $V_r = 0,200 \text{ L}$

Volume du régénérateur occupé par du cuivre : $0,600 \text{ L}$

Masse de dihydrogène, traitée comme un gaz parfait, contenue dans le moteur : $10,0 \text{ g}$.

A Moteur de Stirling avec un régénérateur parfait

Les questions 1 à 9 de cette partie ne tiennent pas compte de la présence du régénérateur. Dans toutes les questions de cette partie A, le volume du régénérateur est nul ($V_r = 0$), comme indiqué sur la figure ci-dessous.



Volumes à considérer pour le régénérateur parfait

- A.1** À partir des caractéristiques du moteur de Stirling, déterminer numériquement le nombre de moles n de gaz et les pressions P_1 , P_2 , P_3 et P_4 .
- A.2** Représenter le cycle moteur de Stirling sur un diagramme $P(V)$.
- A.3** Exprimer algébriquement la variation d'énergie interne ΔU_{ab} et les transferts énergétiques, W_{ab} et Q_{ab} , entre un état a et un état b pour une transformation isotherme.
- A.4** Exprimer algébriquement la variation d'énergie interne ΔU_{cd} et les transferts énergétiques, W_{cd} et Q_{cd} , entre un état c et un état d pour une transformation isochore.
- A.5** Calculer numériquement les travaux $W_{1 \rightarrow 2}$, $W_{2 \rightarrow 3}$, $W_{3 \rightarrow 4}$, $W_{4 \rightarrow 1}$.
- A.6** Calculer numériquement les transferts thermiques $Q_{1 \rightarrow 2}$, $Q_{2 \rightarrow 3}$, $Q_{3 \rightarrow 4}$, $Q_{4 \rightarrow 1}$.
- A.7** Que valent les transferts thermiques Q_C et Q_f provenant des thermostats chaud et froid si aucun dispositif supplémentaire n'intervient (pas de régénérateur) en fonction des transferts thermiques $Q_{1 \rightarrow 2}$, $Q_{2 \rightarrow 3}$, $Q_{3 \rightarrow 4}$, $Q_{4 \rightarrow 1}$? Effectuer l'application numérique.
- A.8** Que vaut le travail W sur le cycle? Effectuer l'application numérique.
- A.9** En déduire numériquement l'efficacité sans régénérateur (e_{sr}).

En présence d'un régénérateur parfait (volume négligeable, transfert parfait), les transferts thermiques $Q_{2 \rightarrow 3}$ et $Q_{4 \rightarrow 1}$ sont internes.

- A.10** Vérifier que les transferts thermiques $Q_{2 \rightarrow 3}$ et $Q_{4 \rightarrow 1}$ se compensent.

L'efficacité (ou rendement) est alors calculée à partir de $e = -\frac{W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4}}{Q_{3 \rightarrow 4}}$.

- A.11** Justifier cette expression.
- A.12** Calculer algébriquement et numériquement l'efficacité (e).
- A.13** Comparer l'efficacité (e) à l'efficacité de Carnot (e_C).

B Régénérateur non idéal

Le régénérateur peut être constitué d'un empilement de disques de fils de cuivre tressés. On suppose que la température dans le régénérateur varie linéairement avec l'abscisse selon la loi :

$$T(x) = T_C + \frac{x}{L}(T_f - T_C)$$

On prendra pour origine des abscisses la frontière chambre chaude/régénérateur. L représente la longueur du régénérateur. On ne tiendra nullement compte des aspects dynamiques. Il n'y a pas d'échange thermique entre les tranches élémentaires de fluide. Le volume accessible au gaz dans le régénérateur V_r est aussi appelé volume mort.

B.1 Influence du volume mort du régénérateur

Dans le régénérateur, le gradient de température conduit à une distribution de densité moléculaire en fonction des abscisses. Il est donc intéressant de remplacer cette distribution liée au gradient de température par un système équivalent d'un point de vue mécanique : le régénérateur sera alors supposé occupé par n_r moles de dihydrogène à la température effective T_r , quelle que soit l'abscisse. Le volume mort du régénérateur vaut $V_r = 0,200$ L.

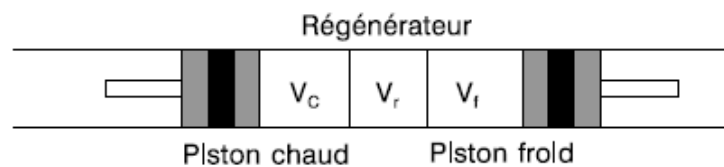
1. Dans le régénérateur, en considérant que la pression est homogène, montrer que la température effective moyenne T_r s'exprime selon :

$$T_r = \frac{T_C - T_f}{\ln \frac{T_C}{T_f}}$$

2. Calculer numériquement T_r .

On suppose que toutes les molécules présentes dans le régénérateur sont à la température T_r .

3. À partir d'un bilan de matière, exprimer la pression P en fonction de n , R , des températures T_r , T_C , T_f et des volumes V_r , V_C et V_f , volumes associés au régénérateur, au piston chaud et au piston froid (voir figure ci-dessous). On considérera la pression identique dans le régénérateur et les deux chambres.



Différents volumes pris en compte

4. Exprimer littéralement le travail $W_{1 \rightarrow 2}$ puis effectuer l'application numérique.
5. Exprimer littéralement le travail $W_{3 \rightarrow 4}$ puis effectuer l'application numérique.
6. Comparer la valeur numérique du travail sur le cycle avec un volume mort de régénérateur de $V_r = 0,200$ L ($W_{V_r \neq 0}$) à sa valeur obtenue sans volume mort ($W_{V_r = 0}$). Commenter.
Pour les transferts thermiques, il est impératif de considérer le gradient de température dans le régénérateur.
7. En discrétisant l'ensemble du système en fines tranches, chaque tranche de gaz est toujours à la température du thermostat local aussi bien dans les chambres que dans le régénérateur. Y a-t-il création d'entropie au cours d'un cycle ? En déduire sans calcul l'efficacité.

B.2 Perte thermique dans le régénérateur

Soit x la fraction de transfert thermique non échangée dans le régénérateur par le gaz lors de la transformation isochore (x varie de 0 à 1). Cette fraction est supposée identique dans les 2 sens de passage. Dans cette partie, le volume mort est supposé nul ($V_r = 0$).

1. Donner une raison qui pourrait expliquer que le transfert thermique n'est pas idéal.
2. Exprimer l'efficacité sous la forme :

$$e = \frac{1 - \frac{T_f}{T_C}}{1 + C_2 \left(1 - \frac{T_f}{T_C}\right)}$$

C_2 étant une constante à exprimer en fonction de x , γ , V_M et V_m .

3. Calculer numériquement C_2 et l'efficacité qui en résulte, en considérant un transfert non idéal correspondant à $x = 10\%$. AN : $\rho_{Cu} = 8913 \text{ kg m}^{-3}$, capacité thermique massique du cuivre : $c = 387 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$.
4. Le volume de cuivre nécessaire à la construction du régénérateur vaut 0,600 L. Estimer la variation de température du cuivre induite par le passage du gaz du piston froid au piston chaud ($2 \rightarrow 3$) dans le cas non idéal $x = 10\%$.