

## Correction du devoir surveillé n° 7 (sujet A)

### Problème 1 Étude d'un autocuiseur

#### A La soupape

**A.1**  $m = 39$  g. L'incertitude type associée à la mesure est égale à  $u(m) = \frac{\text{précision}}{\sqrt{3}} = 0,6$  g. L'évaluation de cette incertitude est de type B.

**A.2** schéma comprenant les trois forces de mêmes directions  $\vec{F}_{ext}$ ,  $\vec{F}_{int}$  et  $\vec{P}$

**A.3** On applique la deuxième loi de Newton à la soupape dans le référentiel terrestre supposé galiléen. A l'équilibre :  $\vec{P} + \vec{F}_{int} + \vec{F}_{ext} = \vec{0}$  soit  $P_{int} = P_{ext} + \frac{mg}{S}$ . L'application numérique donne

$$P_{int} = 1,56 \times 10^5 \text{ Pa}$$

**A.4** Les indications gravées sur l'autocuiseur font référence à des surpressions : L'indication 55 kPa fait bien référence à la pression obtenue. L'autre pression indiquée pourrait correspondre à une pression maximale que peut subir la soupape avant son extraction.

#### B Mesures dans l'autocuiseur et exploitation

**B.1** En regardant l'échelle de droite  $T_i = 20^\circ\text{C}$ .

**B.2** On applique le premier principe au système { eau+autocuiseur } entre deux instants voisins. Le système étant à volume constant (et sans changement d'état sur cette partie), il n'y a pas de travail de force de pression.  $U$  étant une grandeur extensive on a :  $dU_{eau} + dU_{auto} = P_{th}dt$ . En intégrant entre les instants  $t = 0$  et  $\Delta t$ , on obtient :

$$\Delta t = \frac{(m_e c_e + C_a)(T_f - T_i)}{P_{th}} = 2,9 \times 10^2 \text{ s}$$

avec  $m_e = \rho_e V_e = 1,0$  kg en considérant que  $\rho_e = 1,0 \times 10^3$  kg m<sup>-3</sup>.

**B.3** Sur la figure, on obtient plutôt  $3,3 \times 10^2$  s ce qui est plus important que la valeur obtenue. Les pertes thermiques dans l'autocuiseur n'ont pas été considérées et la plaque électrique n'a pas transmis toute son énergie à l'autocuiseur.

#### Second modèle

**B.4** On reprend l'application du premier principe en considérant cette fois les pertes thermiques  $dU_{eau} + dU_{auto} = P_{th}dt - k(T(t) - T_{ext})dt$  soit

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau}(T(t) - T_{ext}) = \frac{1}{\tau} \frac{P_{th}}{k}$$

avec  $\tau = \frac{m_e c_e + C_a}{k}$ .

**B.5**  $A$  correspond à la solution particulière de l'équation précédente  $A = T_{ext} + \frac{P_{th}}{k}$  alors que  $B$  s'obtient à partir de la condition initiale  $T_i = A + B$  soit  $B = T_i - T_{ext} - \frac{P_{th}}{k}$

**B.6** La durée pour atteindre  $100^\circ\text{C}$  est de  $3,3 \times 10^2$  s, c'est supérieur au temps trouvé à la question B.2 mais très proche de ce qui est constaté expérimentalement. Le modèle semble désormais pertinent et la majorité de la puissance a été transmise à l'autocuiseur.

#### C Augmentation de la vitesse de cuisson

**C.1** On relève en régime permanent  $T_p = 111^\circ\text{C}$  et la pression de cuisson  $P_p = 1,51 \times 10^5$  Pa (produit en croix par rapport à l'échelle).

**C.2** Lorsque deux phases distinctes sont en équilibre, le choix de la pression impose la température d'après le diagramme pression-température d'un corps pur.

**C.3**

- le point de cuisson en régime permanent dans un autocuiseur  $(T_p, P_p)$ ;
- le point de cuisson à ébullition sous pression ambiante  $(T_a, P_a)$ .

Les valeurs obtenues sont cohérentes avec celles obtenues.

**C.4** Pour la température obtenue précédemment, on obtient un facteur de vitesse de 2,5. Le temps de cuisson nécessaire est donc de 8 minutes.

**C.5** La pression extérieure étant plus faible, la pression dans l'autocuiseur est modifiée :  $P_{\text{int}} = P_{\text{ext}} + \frac{mg}{S} = 1,25 \times 10^5 \text{ Pa}$ .

La température d'équilibre s'obtient avec la courbe de la pression de vapeur saturante :  $T_{p2} = 105,8^\circ\text{C}$ . Le facteur de vitesse à cette température est de 1,5 alors qu'il n'était que de 0,5 à  $90^\circ\text{C}$ . L'utilisation d'un autocuiseur est donc intéressante puisque les aliments cuisent trois fois plus vite.

## D Estimation du débit de vapeur

**D.1** La vapeur d'eau lorsqu'elle sort est au contact d'une atmosphère inerte à une température inférieure à celle de la vapeur et dont l'hygrométrie au voisinage de l'autocuiseur est importante et tend rapidement vers 1. La vapeur se condense et devient liquide (gouttelettes).

**D.2** Le bilan enthalpique permet d'écrire :  $D_m \Delta h_{\text{vap}} = P_{\text{th}} - P_f$  soit  $D_m = \frac{P_{\text{th}} - P_f}{\Delta h_{\text{vap}}} = 112 \text{ mg s}^{-1}$ .

**D.3** La masse d'eau perdue dans le jet pour une cuisson de 10,0 minutes est  $D_m \Delta t = 67 \text{ g}$ , ce qui nous permet de valider l'hypothèse  $\mathcal{H}$ , en revanche sur des durées de cuisson usuelles de 30,0 minutes on obtient 0,20 kg ce qui ne permet plus de valider l'hypothèse  $\mathcal{H}$ .

## Problème 2 Étude et production du vide

### A L'air et sa pression

**A.1** L'air correspond à la composition moyenne :  $N_2$  : 80% ;  $O_2$  : 20% ; et quelques traces d'autres gaz (Ar,  $\text{CO}_2$ ...).

**A.2** La pression cinétique est due aux mouvements désordonnés des molécules et aux collisions qui en résultent.

**A.3** La pression atmosphérique normale est  $P_{\text{atm}} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1,013 \text{ bar} = 760 \text{ mmHg}$

**A.4** Pour les faibles pressions, les distances intermoléculaires deviennent très grandes et on peut négliger les forces d'interactions moléculaires et considérer que les molécules sont ponctuelles.

**A.5** D'après l'équation d'état des gaz parfaits, on a :  $PV = nRT = \frac{N}{N_A} RT$ , on en déduit :

$N = \frac{N_A PV}{RT} = 2,7 \times 10^{16}$  molécules pour  $V = 1 \text{ mm}^3 = 1 \times 10^{-9} \text{ m}^3$ . Lorsque la pression est divisée par  $10^6$  il en est de même pour  $N$  d'où  $N' = 2,7 \times 10^{10}$  molécules. Le volume disponible pour une molécule de gaz est  $V^* = \frac{V}{N} = 3,72 \times 10^{-20} \text{ m}^3$ . Ce volume est énorme comparé au volume propre d'une molécule, donc chaque molécule n'a plus d'interactions avec les molécules voisines. L'hypothèse des gaz parfaits est vérifiée.

### B Définition statistique de la pression dans la théorie cinétique des gaz

**B.1** L'équation d'état du gaz parfait donne :  $P = \frac{n}{V} RT = \frac{NRT}{VN_A} = n^* k_B T$  avec  $n^* = \frac{N}{V}$ , la densité moléculaire et  $k_B = \frac{R}{N_A} = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$  la constante de Boltzmann.

**B.2** Pour  $N_2$  avec  $T = 273,15 \text{ K}$ , on calcule  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = 454 \text{ m s}^{-1}$  et  $v^* = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 493 \text{ m s}^{-1}$ .

On constate que  $\bar{v} = 0,92v^* \approx v^*$ , ces vitesses sont donc très proches.

**B.3** L'énergie cinétique moyenne correspond à :  $\langle Ec \rangle = \langle \frac{1}{2}mv^2 \rangle = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}k_B T$ . On retrouve la définition de la température cinétique.

**B.4** En associant les relations  $P = n^*k_B T$  et  $v^{*2} = \frac{3k_B T}{m}$ , nous obtenons l'expression de la pression cinétique :  $P = \frac{1}{3}n^*mv^{*2}$ .

**B.5** Le libre parcours moyen varie avec la pression et la température.  $l_m = \frac{1}{\pi\sqrt{2}\sigma^2 n^*} = \frac{k_B T}{\pi\sqrt{2}\sigma^2 P}$ . Dans les conditions normales de températures et de pression :  $l_m = 59 \text{ nm}$  et aux très basses pressions ( $P = 1 \times 10^{-8} \text{ atm}$ ) :  $l'_m = 5,9 \text{ m}$ . Le libre parcours moyen devient supérieur aux tailles usuelles des enceintes : le gaz voit disparaître totalement ses chocs intermoléculaires. Seules subsistent les collisions sur les parois.

## C Pompe à condensation

**C.1** La surface totale de l'enceinte est :  $S = 4\pi R^2 = \pi D^2$ . La surface froide correspond à  $\frac{0,1}{100}S = 10^{-3}\pi D^2$ . Le nombre de molécules  $dN_{N_2}$  qui frappent la surface  $s$  pendant le temps  $dt$  et qui disparaissent du milieu s'écrit :  $dN_{N_2} = -N_2 s dt = -\frac{1}{4}n_{N_2}^* \overline{v_{N_2}} s dt$  et la densité moléculaire s'exprime par  $n_{N_2}^* = \frac{N_{N_2}}{V} = \frac{6N_{N_2}}{\pi D^3}$ , on a alors :  $\frac{dN_{N_2}}{N_{N_2}} = -\frac{3}{2} \frac{\overline{v_{N_2}} s}{\pi D^3} dt = -\frac{dt}{\tau}$ . Par intégration, on a  $N_{N_2} = N_{N_2}^0 \exp(-\frac{t}{\tau})$  et la constante de temps vaut  $\tau = \frac{2\pi D^3}{3\overline{v_{N_2}} s} = \frac{2 \cdot 10^3 D}{3\overline{v_{N_2}}}$ . L'application numérique donne  $\tau = 0,29 \text{ s}$ .

## Problème 3 Transformations d'un gaz parfait–Résistance

### A Généralités sur les gaz parfaits

**A.1**  $PV = nRT$  avec  $P$  la pression en Pa,  $V$  le volume en  $\text{m}^3$ ,  $n$  la quantité de matière en mole,  $R$  la constante des gaz parfaits et  $T$  la température en kelvin.

**A.2** La capacité thermique à volume constant est l'énergie qu'il faut fournir à un système pour augmenter sa température à volume constant :  $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ . Pour un système dont l'énergie interne  $U$  ne dépend que de la température :

$$C_V = \frac{dU}{dT}$$

La capacité thermique à pression constante est l'énergie qu'il faut fournir à un système pour augmenter sa température à pression constante  $C_P = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P$ . Pour un système dont l'enthalpie  $H$  ne dépend que de la température :

$$C_P = \frac{dH}{dT}$$

**A.3**  $H = U + PV$

**A.4** Pour un gaz parfait,  $PV = nRT$  et l'énergie interne et l'enthalpie ne dépendent que de la température, ainsi

$$\frac{dH}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{dPV}{dT}$$

$$C_P = C_V + nR$$

Cela correspond à la relation de Mayer.

Avec  $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ , on obtient :

$$C_V = \frac{nR}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad C_P = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}$$

### B Chauffage d'un gaz parfait

**B.1** Le gaz du compartiment  $B$  subit une compression adiabatique très lente, que l'on peut supposer infiniment lente.

**B.2** Dans l'état final, les deux gaz sont à l'équilibre mécanique  $P_2 = P_1 = 3P_0$ . Les lois de Laplace s'appliquent au gaz du compartiment B :

$$P_2 V_2^\gamma = P_0 V_0^\gamma$$

$$V_2 = \left( \frac{P_0 V_0^\gamma}{P_2} \right)^{1/\gamma} = \left( \frac{P_0 V_0^\gamma}{3P_0} \right)^{1/\gamma}$$

$$\boxed{V_2 = \frac{V_0}{3^{1/\gamma}}}$$

et enfin, toujours à l'aide des lois de Laplace :

$$T_2^\gamma P_2^{1-\gamma} = T_0^\gamma P_0^{1-\gamma}$$

$$T_2 = T_0 \left( \frac{P_0}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_0 \left( \frac{P_0}{3P_0} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$\boxed{T_2 = 3^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_0}$$

Les applications numériques donnent  $V_2 = 0,46 \text{ L}$ ,  $T_2 = 4,1 \times 10^2 \text{ K}$  et  $P_2 = 3,0 \text{ bar}$

**B.3** L'enceinte a un volume total de  $2V_0$  soit  $V_1 = 2V_0 - V_2$  :

$$\boxed{V_1 = \left( 2 - 3^{-1/\gamma} \right) V_0 = 1,5 \text{ L}}$$

et la température  $T_1$  se déduit de l'équation d'état des gaz parfaits :

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR} = \frac{3P_0 \left( 2 - 3^{-1/\gamma} \right) V_0}{P_0 V_0} T_0$$

$$\boxed{T_1 = 3 \left( 2 - 3^{-1/\gamma} \right) T_0 = \left( 6 - 3^{1-\frac{1}{\gamma}} \right) T_0 = 1,4 \times 10^3 \text{ K}}$$

**B.4** Appliquons le premier principe au système composé de la résistance  $R$  et du gaz contenu dans les compartiments  $A$  et  $B$  :  $\Delta U_R + \Delta U_1 + \Delta U_2 = W_{elec} + W_P + Q$  où  $W_{elec}$  est le travail électrique reçu par  $R$ ,  $W_P$  est le travail des forces pressantes :  $W_P = 0$  car les parois sont indéformables, et  $Q$  est le transfert thermique avec l'extérieur :  $Q = 0$  car les parois sont calorifugées. On en déduit :

$$\boxed{W_{elec} = \Delta U_1 + \Delta U_2}$$

**B.5**  $\Delta U_1 = \frac{nR}{\gamma-1} (T_1 - T_0) = \frac{nR}{\gamma-1} \left( 6 - 3^{1-\frac{1}{\gamma}} - 1 \right) \frac{P_0 V_0}{nR}$

et  $\Delta U_2 = \frac{nR}{\gamma-1} (T_2 - T_0) = \left( 3^{1-\frac{1}{\gamma}} - 1 \right) \frac{P_0 V_0}{nR}$

On obtient donc :

$$\boxed{W_{elec} = 4 \frac{P_0 V_0}{\gamma-1} = 1,0 \text{ kJ}}$$

L'énergie  $W_{elec}$  reçue par la résistance est dissipée par effet Joule et cédée au gaz du compartiment  $A$ . Cette énergie va permettre une augmentation de la température du compartiment  $A$  et une compression du gaz du compartiment  $B$ .

**B.6**

$$\Delta S_1 = \frac{P_0 V_0}{T_0(\gamma-1)} \ln \frac{T_1}{T_0} + \frac{P_0 V_0}{T_0} \ln \frac{V_1}{V_0} = 0,52 \text{ J K}^{-1}$$

$\Delta S_2 = 0$  car la transformation est adiabatique réversible. L'origine de la création d'entropie est lié au phénomène dissipatif dans la résistance qui est l'origine de l'effet Joule. La transformation est donc irréversible.

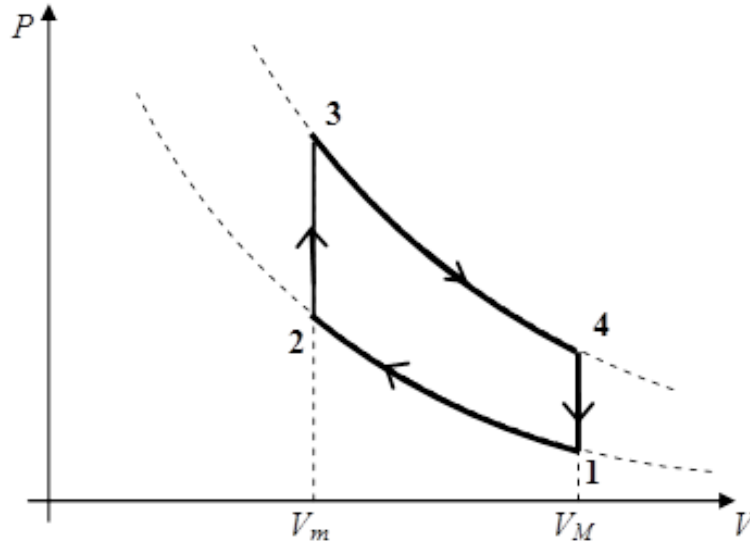
## Problème 4 Moteur de Stirling

### A Moteur de Stirling avec un régénérateur parfait

A.1 On a  $n = \frac{m}{M_{H_2}}$  soit  $n = 5,00$  mol. En utilisant la loi des gaz parfait avec  $n = 5,00$  mol on a :

	1	2	3	4
V (L)	2,00	1,00	1,00	2,00
T (K)	313	313	1173	1173
P (bar)	65,1	130	488	244

A.2



A.3 Pour une transformation isotherme, on a  $\Delta U_{ab} = 0$  (1ère loi de Joule). De plus,  $W_{ab} = -\int PdV = -\int \frac{nRT}{V} dV$ . Comme  $T$  est une constante, on a  $W_{ab} = -nRT \ln \frac{V_b}{V_a}$  et d'après le premier principe,  $Q_{ab} = -W_{ab}$ .

A.4 Pour une transformation isochore,  $W_{cd} = 0$  et  $\Delta U_{cd} = Q_{cd} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_d - T_c)$ .

A.5 D'après les questions précédentes,

- $W_{1 \rightarrow 2} = nRT_f \ln \frac{V_M}{V_m}$  soit  $W_{1 \rightarrow 2} = 9,02 \cdot 10^3$  J (isotherme à  $T_f$ )
- $W_{2 \rightarrow 3} = 0$  J (isochore)
- $W_{3 \rightarrow 4} = -nRT_C \ln \frac{V_M}{V_m}$  soit  $W_{3 \rightarrow 4} = -3,38 \cdot 10^4$  J (isotherme à  $T_C$ )
- $W_{4 \rightarrow 1} = 0$  J (isochore)

A.6 D'après les questions précédentes,

- $Q_{1 \rightarrow 2} = -W_{1 \rightarrow 2} = -nRT_f \ln \frac{V_M}{V_m}$  soit  $Q_{1 \rightarrow 2} = -9,02 \cdot 10^3$  J (isotherme à  $T_f$ )
- $Q_{2 \rightarrow 3} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_C - T_f)$  soit  $Q_{2 \rightarrow 3} = 8,94 \cdot 10^4$  J (isochore)
- $Q_{3 \rightarrow 4} = -W_{3 \rightarrow 4} = nRT_C \ln \frac{V_M}{V_m}$  soit  $Q_{3 \rightarrow 4} = 3,38 \cdot 10^4$  J (isotherme à  $T_C$ )
- $Q_{4 \rightarrow 1} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_f - T_C)$  soit  $Q_{4 \rightarrow 1} = -8,94 \cdot 10^4$  J (isochore)

A.7 On a  $Q_C = Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4}$  (transformations en contact avec la source chaude) et  $Q_f = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{4 \rightarrow 1}$ .

On trouve  $Q_C = 1,23 \cdot 10^5$  J et  $Q_f = -9,84 \cdot 10^4$  J.

A.8 On a  $W = W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4} = -nR(T_C - T_f) \ln \frac{V_M}{V_m}$ .

On trouve  $W = -2,48 \cdot 10^4$  J.

A.9 On a  $e_{sr} = -\frac{W}{Q_c}$  donc  $e_{sr} = 0,201$ .

A.10 On a  $Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_C - T_f)$  et  $Q_{4 \rightarrow 1} = \Delta U_{4 \rightarrow 1} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_f - T_C)$ . On vérifie que  $Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{4 \rightarrow 1} = 0$ .

**A.11** On a  $e = -\frac{W}{Q_C}$  avec  $W = W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4}$  et  $Q_C = Q_{3 \rightarrow 4}$  : la source chaude n'est plus sollicitée pour le transfert thermique  $Q_{2 \rightarrow 3}$  mais uniquement pour  $Q_{3 \rightarrow 4}$ . On a donc  $e = -\frac{W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4}}{Q_{3 \rightarrow 4}}$

**A.12** On trouve  $e = \frac{nR(T_C - T_f) \ln \frac{V_M}{V_m}}{nRT_C \ln \frac{V_M}{V_m}}$  soit  $e = 1 - \frac{T_f}{T_C}$ .

On a  $e = 0,733$ .

**A.13** L'efficacité de Carnot  $e_C$  est  $e_C = 1 - \frac{T_f}{T_C}$ . On a donc  $e = e_C$  : avec un régénérateur parfait, les seuls échanges thermiques avec les sources externes sont les isothermes  $2 \rightarrow 3$  et  $4 \rightarrow 1$ . Comme ces transformations sont réversibles, l'efficacité du cycle de Stirling est celle d'un cycle de Carnot.

## B Régénérateur non idéal

### B.1 Influence du volume mort du régénérateur

- Entre  $x$  et  $x + dx$ ,  $dn$  moles de gaz occupent un volume  $dV = Sdx$  et sont à la température  $T(x)$  et à la pression  $P$  donc  $PdV = dnRT(x)$  soit  $dn = \frac{PSdx}{RT(x)}$ . En notant  $n_r$  le nombre total de moles de gaz, on a  $n_r = \int dn = \int \frac{PS}{RT(x)} dx$ . En remplaçant  $T(x)$  par son expression, on trouve  $n_r = \frac{PS}{R} \frac{L}{T_f - T_C} \ln \frac{T_f}{T_C}$ .

Comme  $SL = V_r$ , on a  $n_r = \frac{PV_r}{R} \frac{\ln \frac{T_C}{T_f}}{T_C - T_f}$ .

On cherche  $T_r$  telle que  $PV_r = n_r RT_r$  : les  $n_r$  moles de gaz du régénérateur occupent un volume  $V_r$  à la température  $T_r$  donc  $n_r = \frac{PV_r}{RT_r}$ .

En égalant les deux expressions, on a  $T_r = \frac{T_C - T_f}{\ln \frac{T_C}{T_f}}$

- On trouve  $T_r = 651$  K.

- On a  $n = n_r + n_C + n_f = \frac{PV_r}{RT_r} + \frac{PV_C}{RT_C} + \frac{PV_f}{RT_f}$  donc  $P = \frac{nR}{\frac{V_r}{T_r} + \frac{V_C}{T_C} + \frac{V_f}{T_f}}$ .

- De  $1 \rightarrow 2$ ,  $V_C = 0$ ,  $V_r$  reste constant et  $V_f$  passe de  $V_M$  à  $V_m$  donc  $W_{1 \rightarrow 2} = -\int PdV = -\int \frac{nR}{\frac{V_r}{T_r} + \frac{V_f}{T_f}} dV_f$ .

Comme  $T_r$ ,  $T_f$  et  $V_r$  sont des constantes,  $W_{1 \rightarrow 2} = -nR \left[ T_f \ln \left( \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_f}{T_f} \right) \right]_{V_f=V_M}^{V_f=V_m}$  donc

$$W_{1 \rightarrow 2} = -nRT_f \ln \frac{V_m + \frac{T_f}{T_r} V_r}{V_M + \frac{T_f}{T_r} V_r}$$

On a  $W_{1 \rightarrow 2} = 8,44 \times 10^3$  J

- De  $3 \rightarrow 4$ ,  $V_f = 0$ ,  $V_r$  reste constant et  $V_C$  passe de  $V_m$  à  $V_M$  donc  $W_{3 \rightarrow 4} = -\int PdV = -\int \frac{nR}{\frac{V_r}{T_r} + \frac{V_C}{T_C}} dV_C$ .

On trouve  $W_{3 \rightarrow 4} = -nRT_C \ln \frac{V_M + \frac{T_C}{T_r} V_r}{V_m + \frac{T_C}{T_r} V_r}$

On a  $W_{3 \rightarrow 4} = -2,69 \times 10^4$  J

- On a  $W_{V_r \neq 0} = -nR(T_C - T_f) \ln \frac{V_M + \frac{T_C}{T_r} V_r}{V_m + \frac{T_C}{T_r} V_r}$  soit  $W_{V_r \neq 0} = -1,84 \times 10^4$  J contre  $W_{V_r=0} = -2,48 \times 10^4$  J sans volume mort : la compression ne modifie jamais le volume mort donc les volumes accessibles aux variations sont plus faibles, le travail fourni diminue.

- Dans le cadre des hypothèses, les transferts thermiques se produisent toujours entre systèmes ayant les mêmes températures locales : ils sont donc réversibles, et il n'y a pas de création d'entropie. Ce cycle reste donc un cycle ditherme réversible, et le rendement reste celui du cycle de Carnot.

## B.2 Perte thermique dans le régénérateur

1. Les échanges entre le gaz et le régénérateur ne sont pas complets car le transfert du gaz d'un cylindre à l'autre est en réalité trop rapide pour que les échanges thermiques puissent se faire complètement. De plus, toute fuite thermique vers l'extérieur rend le transfert non idéal.
2. Traduisons la phrase de l'énoncé : lors du chauffage isochore de  $2 \rightarrow 3$ , qui nécessite au gaz l'apport de chaleur  $Q_{2 \rightarrow 3}$ , la fraction  $(1-x)Q_{2 \rightarrow 3}$  a effectivement été fournie par le régénérateur, mais que la fraction  $xQ_{2 \rightarrow 3}$  a due être fournie par le thermostat chaud. En revanche, lors du refroidissement isochore de  $4 \rightarrow 1$ , le gaz cède  $(1-x)|Q_{4 \rightarrow 1}|$  au régénérateur, et  $x|Q_{4 \rightarrow 1}|$  au thermostat froid.

Ainsi,  $Q_C = xQ_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} = x \frac{nR}{\gamma-1} (T_C - T_f) + nRT_C \ln \frac{V_M}{V_m}$ . De plus,  $W = W_{1 \rightarrow 2} + W_{3 \rightarrow 4} = -nR(T_C - T_f) \ln \frac{V_M}{V_m}$  ( $V_r = 0$ ).

Finalement,  $e = -\frac{W}{Q_C} = \frac{nR(T_C - T_f) \ln \frac{V_M}{V_m}}{x \frac{nR}{\gamma-1} (T_C - T_f) + nRT_C \ln \frac{V_M}{V_m}}$  donc  $e = \frac{T_C - T_f}{T_C + \frac{x}{\gamma-1} \frac{T_C - T_f}{\ln \frac{V_M}{V_m}}}$  d'où

$$e = \frac{1 - \frac{T_f}{T_C}}{1 + \frac{x}{\gamma-1} \frac{1}{\ln \frac{V_M}{V_m}} \left(1 - \frac{T_f}{T_C}\right)}$$

On a donc  $C_2 = \frac{x}{\gamma-1} \frac{1}{\ln \frac{V_M}{V_m}}$

3. On a  $C_2 = 0,361$  et  $e = 0,580$  (au lieu de  $0,733$  pour le cycle de Carnot).
4. Lors de cette transformation, le gaz reçoit du cuivre la chaleur  $(1-x)Q_{2 \rightarrow 3}$ , le cuivre reçoit donc l'opposé. Donc  $\Delta H_{Cu} = -(1-x)Q_{2 \rightarrow 3}$  où  $\Delta H_{Cu} = m_{Cu}c\Delta T_{Cu}$  et  $m_{Cu} = \rho V_{Cu} = 5,35$  kg est la masse de cuivre. On en déduit la variation de température (moyenne) du cuivre  $\Delta T_{Cu} = -38,9$  K.