

Devoir Maison n° 13

Thermodynamique

Problème 1 Etude d'un générateur à turbine

A Cycle de Carnot

A.1 Diagramme de Watt

A.1.1 Un gaz parfait vérifie l'équation d'état $PV = nRT$ soit $P = \frac{nRT}{V}$. Pour une isotherme, la pente de la courbe est donc $\left(\frac{dP}{dV}\right)_T = -\frac{nRT}{V^2} = -\frac{P}{V}$.

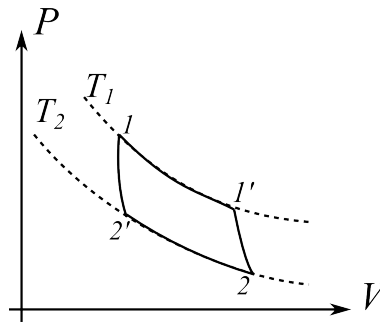
D'autre part, le long d'une adiabatique réversible, on vérifie $PV^\gamma = cste$ (loi de Laplace) donc la pente de l'adiabatique réversible est $\left(\frac{dP}{dV}\right)_{ad\ rev} = -\gamma\frac{P}{V}$.

Ainsi, en un point du diagramme de Watt, le rapport des 2 pentes est

$$\frac{\left(\frac{dP}{dV}\right)_{ad\ rev}}{\left(\frac{dP}{dV}\right)_T} = \gamma$$

l'adiabatique réversible est donc plus pentue que l'isotherme.

A.1.2 Les isothermes T_1 et T_2 sont 2 portions d'hyperbole, les adiabatiques réversibles sont plus pentues que les isothermes. Le cycle est moteur donc $W_{cycle} = -\oint PdV = -A_{cycle} < 0$; l'aire du cycle est donc positive : le cycle est parcouru dans le sens horaire.



L'aire du cycle est égale à l'opposé du travail reçu sur un cycle.

A.1.3 On a $\eta = \frac{-W}{Q_1}$. Le premier principe sur un cycle donne $\Delta U = W + Q_1 + Q_2 = 0$ et le second principe $\Delta S = 0 = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + S_c = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2}$, le cycle étant parcouru de manière réversible.

Finalement, $\boxed{\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 0,77}$

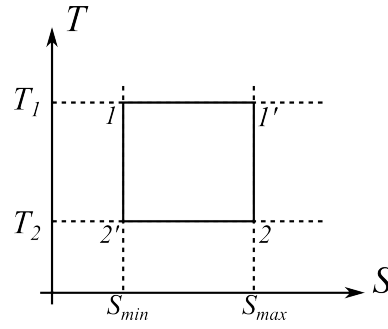
A.1.4 Ce rendement est indépendant de la nature du fluide, puisque seules interviennent les températures des sources. Pour un moteur réel fonctionnant entre les deux mêmes sources, on a $S_c > 0$ soit $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} < 0$ donc $\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} \leq 1 - \frac{T_2}{T_1} = \eta_C$.

Le rendement du cycle de Carnot est bien maximal pour des sources de températures fixées.

A.2 Diagramme entropique

A.2.1 Pour une transformation adiabatique, $Q = 0 \Rightarrow S_e = 0$ et pour une transformation réversible, $S_c = 0$. Ainsi, pour une adiabatique réversible, le second principe s'écrit $\Delta S = S_e + S_c = 0$. Une transformation adiabatique réversible est donc une isentropique.

A.2.2 Dans le diagramme entropique, les isothermes $1 \rightarrow 1'$ et $2 \rightarrow 2'$ sont horizontales, tandis que les transformations adiabatiques réversibles, donc isentropiques $1' \rightarrow 2$ et $2' \rightarrow 1$ sont des verticales. Lors du contact avec la source chaude à la température T_1 , le fluide reçoit un transfert thermique $Q_1 > 0$ donc son entropie augmente : $\Delta S = S_e > 0$. Le cycle est parcouru dans le sens horaire.



A.2.3 Pour la transformation isotherme réversible $1 \rightarrow 1'$ en contact avec la source chaude à la température T_1 , l'entropie du fluide croît, donc

$$\Delta S_{1 \rightarrow 1'} = S_{max} - S_{min} = S_e = \frac{Q_1}{T_1}$$

De même, comme le fluide cède réversiblement de la chaleur à la source froide, son entropie décroît et

$$\Delta S_{2 \rightarrow 2'} = S_{min} - S_{max} = -S_e = \frac{Q_2}{T_2}$$

A.2.4 En utilisant l'identité thermodynamique, on a $dU = TdS - PdV$. Sur un cycle, $\Delta U = 0$ donc $\oint TdS = \oint PdV$. Le premier terme correspond à l'aire du cycle en diagramme entropique, le second à l'aire du cycle en diagramme de Watt.

Ainsi, l'aire du cycle est identique à l'aire du cycle dans le diagramme de Watt et est donc égale à l'opposé du travail reçu par le gaz sur un cycle.

Le rendement est $\eta = \frac{-W}{Q_1}$. W est égale à l'opposé de l'aire du cycle donc $-W = (T_1 - T_2)(S_{max} - S_{min})$. De plus, $Q_1 = T_1(S_{max} - S_{min})$, ce qui permet d'identifier Q_1 à l'aire sous l'isotherme $1 \rightarrow 1'$. Finalement,

$$\eta = \frac{\text{Aire}}{\text{Aire}_{1 \rightarrow 1'}} = \frac{(T_1 - T_2)(S_{max} - S_{min})}{T_1(S_{max} - S_{min})} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

B Etude d'un générateur à turbine à gaz

B.1 Premier principe pour un système ouvert

B.1.1 Pour le système fermé,

— à l'instant t , $m_\Sigma(t) = m_{\Sigma 0}(t) + \delta m_e$;

— à l'instant $t + dt$, $m_\Sigma(t + dt) = m_{\Sigma 0}(t + dt) + \delta m_s$.

Comme la masse du système fermé se conserve, $m_\Sigma(t) = m_\Sigma(t + dt)$ soit $m_{\Sigma 0}(t) + \delta m_e = m_{\Sigma 0}(t + dt) + \delta m_s$. Comme l'on est en régime stationnaire, $m_{\Sigma 0}(t) = m_{\Sigma 0}(t + dt)$ donc

$$\delta m_e = \delta m_s = \delta m$$

B.1.2 On a $\delta W_p = \delta W_{amont} + \delta W_{aval}$.

En amont, la pression est égale à P_e donc $\delta W_{amont} = -P_e \Delta V_{amont}$. En amont, la masse δm de fluide occupe à t , un volume $\delta m_e v_e$ et à $t + dt$, un volume nul. Ainsi, $\Delta V_{amont} = V(t + dt) - V(t) = 0 - \delta m_e v_e$. On a donc $\delta W_{amont} = P_e v_e \delta m_e > 0$: le gaz en amont fournit du travail au gaz du système Σ .

En aval, la pression est égale à P_s donc $\delta W_{aval} = -P_s \Delta V_{aval}$. En aval, la masse δm de fluide occupe à t , un volume nul et à $t + dt$, un volume égal à $\delta m_s v_s$. Ainsi, $\Delta V_{aval} = V(t + dt) - V(t) = \delta m_s v_s - 0$. On a donc $\delta W_{aval} = -P_s v_s \delta m_s < 0$, ce qui correspond bien à une détente.

Finalement, $\delta W_p = -P_s v_s \delta m_s + P_e v_e \delta m_e$. Comme $\delta m_e = \delta m_s = \delta m$, on peut définir un travail massique de transvasement $w_p = \frac{\delta W_p}{\delta m}$ tel que

$$w_p = P_e v_e - P_s v_s$$

B.1.3 En appliquant le premier principe de la thermodynamique au système Σ entre les instants t et $t + dt$, on a $dU = \delta W + \delta Q$ avec $\delta W = \delta W_u + \delta W_p$.

De plus, $dU = U_\Sigma(t + dt) - U_\Sigma(t) = U_{\Sigma 0}(t + dt) + \delta m u_s - U_{\Sigma 0}(t) - \delta m u_e = \delta m(u_s - u_e)$ car $U_{\Sigma 0}(t + dt) = U_{\Sigma 0}(t)$ (régime stationnaire).

Finalement, $\delta m(u_s - u_e) = \delta W_u + w_p \delta m + \delta Q$ donc en définissant des grandeurs massiques $w_u = \frac{\delta W_u}{\delta m}$ et $q = \frac{\delta Q}{\delta m}$, on a $u_s - u_e = w_u + q + P_e v_e - P_s v_s$ soit $u_s + P_s v_s - (u_e + P_e v_e) = w_u + q$. Avec $h = u + Pv$, enthalpie massique, on a

$$h_s - h_e = w_u + q$$

B.2 Cycle de Brayton idéal

B.2.1 L'identité thermodynamique pour l'enthalpie donne $dH = TdS + VdP$. Pour un gaz parfait, $dH = C_p dT = \frac{\gamma nR}{\gamma-1} dT$ (2ème loi de Joule) donc $dS = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T} - \frac{V}{T} dP$. Comme le gaz est parfait, $PV = nRT$ donc

$$dS = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} \frac{dT}{T} - nR \frac{dP}{P}$$

En intégrant, en supposant $\gamma = cste$, $\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} \ln \frac{T_2}{T_1} - nR \ln \frac{P_2}{P_1}$.

Pour une adiabatique réversible, $\Delta S_{1 \rightarrow 2} = 0$ donc $\gamma \ln \frac{T_2}{T_1} + (1 - \gamma) \ln \frac{P_2}{P_1} = 0$ soit

$$T_1^\gamma P_1^{1-\gamma} = T_2^\gamma P_2^{1-\gamma}$$

Ici, de $1 \rightarrow 2$,

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \lambda T_1$$

On trouve $T_2 = 579 \text{ K}$.

De la même manière, de $3 \rightarrow 4$, $T_4 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ avec $P_3 = P_2$ et $P_4 = P_1$ donc $T_4 = T_3 \frac{1}{\lambda}$. Avec $T_3 = \tau T_1$,

$$T_4 = \frac{\tau}{\lambda} T_1$$

On trouve $T_4 = 673 \text{ K}$.

B.2.2 D'après la partie précédente, $\Delta h_{1 \rightarrow 2} = w_{1 \rightarrow 2} + q_{1 \rightarrow 2}$. Or, $q_{1 \rightarrow 2} = 0$ (adiabatique) et $\Delta h_{1 \rightarrow 2} = c_p(T_2 - T_1) = c_p T_1 (\lambda - 1)$, donc

$$w_{1 \rightarrow 2} = c_p T_1 (\lambda - 1)$$

On trouve $w_{1 \rightarrow 2} = 279 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

B.2.3 Pour l'étape $2 \rightarrow 3$, on a $\Delta h_{2 \rightarrow 3} = q_{23}$ (pas de pièces mobiles donc $w_{2 \rightarrow 3} = 0$). Avec $\Delta h_{2 \rightarrow 3} = c_p(T_3 - T_2)$, on a

$$q_{2 \rightarrow 3} = c_p T_1 (\tau - \lambda)$$

On trouve $q_{2 \rightarrow 3} = 721 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

B.2.4 Pour l'étape $3 \rightarrow 4$, on a $\Delta h_{3 \rightarrow 4} = w_{34} = -w_T$ (transformation adiabatique). Avec $\Delta h_{3 \rightarrow 4} = c_p(T_4 - T_3)$, on a

$$x_T = c_p T_1 \tau \frac{\lambda-1}{\lambda}$$

On trouve $w_T = 627 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

B.2.5 On a $w_T = w_c + w_a$: le travail fourni par la turbine est soit transmis à l'alternateur, soit au compresseur. Or $w_c = w_{1 \rightarrow 2}$, donc $w_a = w_T - w_{1 \rightarrow 2}$ soit

$$w_a = c_p T_1 (\tau + 1 - \lambda - \frac{\tau}{\lambda})$$

On trouve $w_a = 347 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

w_a est maximal si $\frac{dw_a}{d\lambda} = 0$ soit $-1 + \frac{\tau}{\lambda^2} = 0$. Le travail reçu par l'alternateur est maximal pour $\lambda_{max} = \sqrt{\tau}$.

On trouve $\lambda_{max} = 2,08$, cette valeur est proche de la valeur utilisée (1,93). On peut également calculer

$$w_{a,max} = c_p T_1 (\sqrt{\tau} - 1)^2 = 351 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

qui est supérieure à la valeur calculée mais très proche de celle-ci.

B.2.6 On a $R = \frac{w_c}{w_a} = \frac{1}{\lambda-1}$. On trouve $R = 0,8$ donc $w_a > w_c$: la turbine fournit plus d'énergie à l'alternateur qu'au compresseur.

B.2.7 On a $\eta = \frac{\text{utile}}{\text{cout}} = \frac{w_T - w_c}{q_{2 \rightarrow 3}} = \frac{w_a}{q_{2 \rightarrow 3}}$. En remplaçant,

$$\eta = \frac{\lambda-1}{\lambda} = 0,48$$

Pour le cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures extrêmes $T_1 = 300 \text{ K}$ et $T_2 = 1300 \text{ K}$, le rendement vaut $\eta_C = 0,77$: le rendement du cycle de Brayton est nettement inférieur.

B.2.8 Comme $w_{41} = 0$, on a $q_{41} = \Delta h_{4 \rightarrow 1} = c_p(T_1 - T_4)$ soit

$$q_{41} = c_p T_1 (1 - \frac{\tau}{\lambda}) = -373 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

Cette énergie est négative donc le gaz fourni de l'énergie au milieu extérieur. Cette énergie est directement récupérable sous forme de chaleur (principe de la cogénération) mais pas de travail, car d'après le second principe on ne peut pas envisager de transformation dont le seul effet soit la conversion de chaleur en travail. On peut cependant récupérer une partie de cette chaleur et la convertir indirectement en travail, en utilisant le principe du régénérateur.

B.3 Cycle de Brayton réel

B.3.1 On utilise la relation $\Delta h = c_p \Delta T$ et les définitions des rendements,

— pour le compresseur, $\eta_c = \frac{T_2 - T_1}{T'_2 - T_1}$ donc $T'_2 = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\eta_c}$; avec $T_2 = \lambda T_1$, on a

$$T'_2 = T_1 (1 + \frac{\lambda - 1}{\eta_c})$$

On trouve $T'_2 = 649 \text{ K} > T_2$

— pour la turbine, $\eta_T = \frac{T'_4 - T_3}{T_4 - T_3}$ donc $T'_4 = T_3 + \eta_T(T_4 - T_3)$; avec $T_3 = \tau T_1$ et $T_4 = \frac{\tau}{\lambda} T_1$, on a

$$T'_4 = T_1 \tau (1 + \eta_T (\frac{1}{\lambda} - 1))$$

On trouve $T'_4 = 767 \text{ K} > T_4$

B.3.2 Le fonctionnement du compresseur est toujours adiabatique donc $w_{12'} = \Delta h_{1 \rightarrow 2'} = c_p(T'_2 - T_1)$ soit

$$w_{12'} = c_p T_1 \frac{\lambda - 1}{\eta_c}$$

On trouve $w_{12'} = 349 \text{ kJ.kg}^{-1} > w_{12}$: l'irréversibilité de la transformation augmente le travail à fournir au compresseur.

B.3.3 De la même manière, on a $\Delta h_{2' \rightarrow 3} = q_{2'3}$. Avec $\Delta h_{2' \rightarrow 3} = c_p(T_3 - T'_2)$, on a

$$q_{2' \rightarrow 3} = c_p T_1 (\tau - 1 - \frac{\lambda - 1}{\eta_c})$$

On trouve $q_{2' \rightarrow 3} = 651 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

On a également $\Delta h_{3 \rightarrow 4'} = w_{34'} = -w'_T$. Avec $\Delta h_{3 \rightarrow 4'} = c_p(T'_4 - T_3)$, on a

$$w'_T = c_p \eta_T T_1 \tau (1 - \frac{1}{\lambda})$$

On trouve $w'_T = 533 \text{ kJ.kg}^{-1} < w_T$: le travail récupérable à la sortie de la turbine est moindre.

B.3.4 Comme précédemment, $w'_T = w'_a + w'_c = w'_a + w_{12'}$ donc

$$w'_a = c_p T_1 \eta_T \tau (1 - \frac{1}{\lambda}) - c_p T_1 \frac{\lambda - 1}{\eta_c}$$

On trouve $w'_a = 184 \text{ kJ.kg}^{-1}$

w'_a est maximal si $\frac{dw'_a}{d\lambda} = 0 \Leftrightarrow \frac{\eta_T \tau}{\lambda^2} - \eta_c = 0$. Le travail fourni à l'alternateur est donc maximal pour $\lambda'_{max} = \sqrt{\eta_T \eta_c \tau}$.

On trouve $\lambda'_{max} = 1,72$, valeur comparable à celle utilisée en pratique.

B.3.5 On a $R' = \frac{w'_c}{w'_a} = \frac{\lambda}{\eta_c \eta_T \tau - \lambda}$ soit $R' = 1,9$. Du fait des irréversibilités, la répartition de w_T est moins bonne : la turbine fournit moins de travail alors que le compresseur en absorbe plus. Du point de vue numérique, on passe de $R = 0,8$ à $R' = 1,9$: le compresseur absorbe plus d'énergie que l'alternateur.

Le rendement thermique est $\eta' = \frac{w'_a}{q_{2'3}} = 0,28 < \eta$: le rendement est bien inférieur à celui obtenu pour un cycle réversible.

B.4 Régénérateur

B.4.1 On utilise la définition de l'efficacité : $\epsilon = \frac{h_{2R} - h_{2'}}{h_{4'} - h_{2'}} = \frac{T_{2R} - T'_2}{T'_4 - T'_2}$ (avec $\Delta h = c_p \Delta T$) donc

$$T_{2R} = T'_2 + \epsilon(T'_4 - T'_2).$$

On trouve $T_{2R} = 761 \text{ K}$.

B.4.2 D'après le premier principe, $\Delta h_{2'2R} = q_{2'2R}$ donc $q_{2'2R} = c_p(T_{2R} - T'_2)$.

On trouve $q_{2'2R} = 112 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

B.4.3 La dépense énergétique pour le fonctionnement du système est désormais le transfert thermique $2R \rightarrow 3 : q_{2R3} = \Delta h_{2R \rightarrow 3} = \Delta h_{2' \rightarrow 3} - \Delta h_{2 \rightarrow 2R} = q_{2'3} - q_{2'2R}$. Ainsi, $q_{2R3} = 539 \text{ kJ.kg}^{-1}$. Les échanges de travail dans le compresseur et la turbine, et par conséquent w'_a ne sont pas modifiés puisque les températures amont et aval T_1, T'_2, T_3 et T'_4 sont inchangées.

Finalement, le rendement est $\eta_R = \frac{w'_a}{q_{2R3}} = 0,34 > \eta'$: l'utilisation du régénérateur permet d'augmenter le rendement en diminuant la dépense énergétique.

C Cogénération d'énergies

C.1 On a écrit $\delta m(h_s - h_e) = \delta W_u + \delta Q$. Or $\delta m = D_m dt$ donc $D_m(h_s - h_e) = \frac{\delta W_u}{dt} + \frac{\delta Q}{dt}$. On reconnaît les expressions des puissances utile et thermique échangées : $P_u = \frac{\delta W_u}{dt}$ et $P_{th} = \frac{\delta Q}{dt}$

$$D_m(h_s - h_e) = P_{th} + P_u$$

C.2 Si l'échangeur est calorifugé, les transferts thermiques reçus par l'eau et le gaz sont exactement opposés.

Le premier principe appliqué à l'eau et au gaz donne successivement

$$d_m(h_{s,eau} - h_{e,eau}) = d_m c_e(\theta_s - \theta_e) = P_{gaz \rightarrow eau}$$

et

$$D_m(h_{s,gaz} - h_{e,gaz}) = D_m c_p(\theta_6 - \theta_4) = P_{eau \rightarrow gaz}$$

avec $P_{eau \rightarrow gaz} = -P_{gaz \rightarrow eau}$. Ainsi, $d_m c_e(\theta_s - \theta_e) = -D_m c_p(\theta_6 - \theta_4)$ d'où

$$\frac{d_m}{D_m} = \frac{c_p(\theta_4 - \theta_6)}{c_e(\theta_s - \theta_e)}$$

On trouve $\frac{d_m}{D_m} = 1,1$.

Problème 2 Sonder l'atmosphère

A Modéliser l'atmosphère

A.1 Modèle simple de l'atmosphère isotherme

A.1.1 Les forces qui s'exercent sur la tranche de fluide sont le poids, la force de pression sur la surface supérieure du cylindre, la force de pression sur la surface inférieure et la force de pression sur la surface latérale. En étudiant l'équilibre de cette tranche de fluide et en projetant suivant \vec{u}_z , on obtient : $-P(z + dz)S + P(z)S - mg = 0$. En notant $\rho = \frac{m}{Sdz}$ la masse volumique du fluide, on obtient : $\frac{dP}{dz} = -\rho g$

A.1.2 L'air est assimilé à un gaz parfait et masse molaire M_{air} , la masse volumique s'écrit alors : $\rho = \frac{PM_{air}}{RT_0}$. On doit donc résoudre l'équation différentielle : $\frac{dP}{P} = -\frac{M_{air}g}{RT_0} dz$, soit $P(z) = P_0 e^{-\frac{M_{air}gz}{RT_0}}$. On vérifie sur la figure 3 la décroissance exponentielle de la pression en fonction de l'altitude.

A.1.3 La longueur caractéristique de variation de pression est : $\frac{RT_0}{Mg} \approx 8 \text{ km}$. Cela correspond à l'ordre de grandeur de l'épaisseur de l'atmosphère isotherme. On retrouve ce résultat graphiquement en traçant la tangente à l'origine sur la figure 3 : Elle coupe l'axe des abscisses pour $z = 9 \text{ km}$. L'ordre de grandeur est donc vérifié.

A.2 Profils de température et de pression dans l'atmosphère réelle

A.2.1 Dans la troposphère la température est une fonction affine décroissant de l'altitude z alors que dans la stratosphère T est une fonction croissante de l'altitude. La température est quasiment constante dans la stratosphère pour des altitudes comprises entre 15 et 20 km.

A.2.2 La troposphère ne peut pas être considéré comme isotherme même si l'évolution de la pression en fonction de la température diffère peu des valeurs mesurées (figure 3).

A.2.3 Le modèle choisi représente une décroissance affine de la température en fonction de l'altitude, ce qui correspond aux observations faites sur la figure 2. En traçant une droite moyenne, on obtient : $T_0 := 26^\circ C$ et $a = 7.10^{-3} K.m^{-1}$.

A.2.4 On remplace T_0 par $T(z) = T_0 - az$ dans les équations précédentes : on a alors : $\frac{dP}{P} = -\frac{M_{air}g}{R(T_0-az)} dz$ soit en intégrant $P(z) = P_0(1 - bz)^\alpha$ avec $b = \frac{a}{T_0}$ et $\alpha = \frac{M_{air}g}{aR}$. Si on se place à faible altitude $bz \ll 1$ et on peut faire le développement limité : $(1 + \epsilon)^\alpha = 1 + \alpha\epsilon$ soit $P(z) = P_0(1 - \alpha bz) = P_0(1 - \frac{M_{air}g}{RT_0}z)$, c'est à dire l'expression de la pression en considérant le modèle de l'atmosphère isotherme.

A.2.5 A partir des valeurs de b et de α on trouve $a = 8,8.10^{-3} K.m^{-1}$, et $T_0 = 297 K$. On retrouve des valeurs comparables à celle trouvées à partir de la figure 2. Le modèle est donc satisfaisant.

A.2.6 $\frac{T_0}{a}$ est homogène à une longueur et vaut $50 km$. Cette valeur est trop élevée par rapport à la réalité.

B Étude d'un ballon sonde

B.1 Le ballon stratosphérique ouvert (B.S.O)

B.1.1 L'accélération de pesanteur est égale à $g = \frac{GM_T}{(R_T+z)^2} = \frac{GM_T}{R_T^2}(1 + \frac{z}{R_T})^{-2}$ et sachant que $z \ll R_T$, on a $g \approx g_0(1 - \frac{2z}{R_T})$. Le champ de pesanteur reste quasiment constant lorsque l'on s'élève à quelques dizaines de km. $\frac{\Delta g}{g} = -\frac{2z}{R_T} = 6,2.10^{-3}$

B.1.2 Au décollage $m_{gaz} = M_{He} \frac{P_0 V}{RT_0} = 17,6 kg$.

B.1.3 Les forces qui s'exercent sur le ballon sont le poids de l'Helium : $-m_{gaz}g\vec{u}_z$, le poids de l'ensemble $-mg\vec{u}_z$ et la poussée d'Archimède exercée par l'air extérieur : $\rho_{air}Vg\vec{u}_z = \frac{P_0 M_{air}}{RT_0} Vg\vec{u}_z$. Le ballon décolle si la poussée d'Archimède est supérieur au poids du gaz et de l'ensemble soit $m < \rho_{air}V - m_{gaz} = 110 kg$.

B.1.4 Au cours de l'ascension, l'hélium garde la même température et le même volume. Cependant sa pression est égale à la pression extérieure et diminue. Sachant que $PV = n_{He}RT$, la quantité d'hélium dans le ballon diminue lors de l'ascension.

B.1.5 Le ballon plafonne lorsque la poussée d'Archimède compense le poids de l'ensemble et le poids de l'Hélium. On a alors : $m = \rho_{air}V - m_{He} = (M_{air} - M_{He})\frac{PV}{RT_0}$. On obtient $P = 0,091 bar$ soit d'après la figure 2 $z = 20 km$

B.2 Cas d'un ballon fermé

B.2.1 La masse d'Hélium dans le ballon est constante : $m_{He} = 0,8 kg$. Pour satisfaire l'équation d'état des gaz parfait, au fur et à mesure que la pression extérieure diminue, le volume du ballon augmente, jusqu'à éclatement.

B.2.2 σ est homogène à des $Pa.m$ soit des $N.m^{-1}$ ou encore des $kg.s^{-2}$. Au sol $P_{ext} = P_0 = 1 bar$ et $P_{int} = \frac{m_{He}RT_0}{M_{He}V} = 1,08 bar$, on détermine alors que $\sigma = 2,1.10^3 kg.s^{-2}$ en utilisant la formule donnée.

B.2.3 Le rayon maximal du ballon est de $2,3 m$ soit un volume $V_{max} = 51 m^3$. La pression intérieure correspondante est alors de $P_{int} = \frac{m_{He}RT_0}{V_{max}M_{He}} = 8,91.10^3 Pa = 8,91.10^{-2} bar$. On obtient alors à partir de la valeur de σ calculée précédemment $P_{ext} = 5,26.10^{-2} bar$ soit d'après la figure 2 une altitude $z_{max} = 22 km$. On retrouve donc le même ordre de grandeur que dans la partie précédente.