

Durée de l'épreuve : 2h

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Problème n°1 : Vers une nouvelle définition du kilogramme...

Depuis 1889, le kilogramme est défini par une masse de platine iridié conservée dans le pavillon de Breteuil à Saint-Cloud. A l'époque, 40 copies furent réalisées afin de contrôler sa définition.

Les mesures réalisées depuis montrent des variations sensibles entre le prototype de référence et les copies... Le Bureau International des poids et mesures (BIPM) a donc décidé de redéfinir le kilogramme afin d'en donner une définition plus précise. Depuis le 20 mai 2019, le kilogramme est défini à partir des constantes fondamentales h (constante de Planck), c (célérité de la lumière dans le vide) et G (la constante gravitationnelle). L'objectif de cet exercice est de définir le kilogramme à partir de ces constantes.



Masse du prototype de platine iridié

1) La théorie de la gravitation introduit une constante fondamentale appelée *constante gravitationnelle*. Elle est notée G . Selon la loi de Newton de la gravitation, l'intensité F de la force qui s'exerce entre deux masses ponctuelles m_1 et m_2 distantes de r est :

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

Donner la dimension de G en fonction des dimensions masse (M), longueur (L) et temps (T).

2) Au cours du 19^{ème} siècle, le développement de l'électromagnétisme a amené à considérer c , la célérité de la lumière, comme une autre constante fondamentale. En 1900, Planck propose une théorie du rayonnement thermique dans laquelle les échanges d'énergie entre un champ électromagnétique de fréquence ν et la matière ne peuvent se faire que par des quantités discrètes ou *quanta* donnée par $E = h\nu$, h étant une nouvelle constante fondamentale introduite par cette théorie (dite quantique). Donner la dimension de h en fonction des dimensions masse, longueur et temps.

3) Dès 1901, Planck s'avise de ce qu'il est possible de considérer le triplet des constantes fondamentales G, c et h comme une « nouvelle base d'unités ». Il est alors possible de définir une masse (appelée « masse de Planck ») notée m_P et définie par :

$$m_P = G^\alpha c^\beta h^\gamma$$

Déterminer α, β et γ puis expliciter l'expression de m_P .

4) On donne les valeurs des constantes fondamentales G, c et h dans le système d'unité internationale : $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$; $c = 3,00 \cdot 10^8$ et $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$. Calculer m_P .

5) Quel lien faites vous entre la masse de Planck m_P et la nouvelle définition du kilogramme ?

Problème n°2 : Modélisation d'un halo solaire

Données :

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Indice optique de l'air : $n_a = 1,00$

Indice optique de la glace : $n_g = 1,31$

I. La réfraction de la lumière

1. On considère un milieu homogène, isotrope et transparent à la lumière. Exprimer l'indice optique n de ce milieu en fonction de la célérité v de la lumière dans ce milieu et de la célérité c de la lumière dans le vide.

On étudie la situation, représentée sur la figure 1 suivante, de la réfraction et de la réflexion de la lumière. Un rayon lumineux incident arrive sur un dioptré qui sépare deux milieux d'indices optiques n_1 et n_2 . On note θ_1 l'angle d'incidence du rayon incident, θ'_1 l'angle que le rayon réfléchi fait avec la normale au dioptré, et θ_2 l'angle que le rayon réfracté fait avec cette même normale. Les angles considérés sont algébriques; le sens positif, qui correspond au sens trigonométrique, est défini sur la figure 1 avec le symbole $\oplus$.

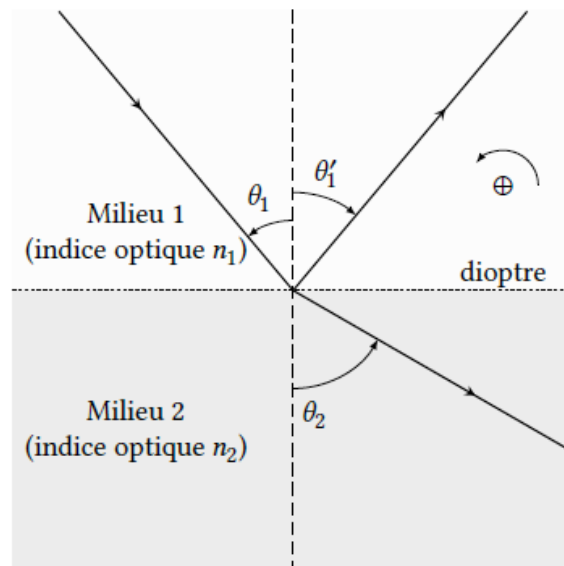


FIGURE 1 – Réflexion et réfraction de la lumière par un dioptré ($n_2 < n_1$). Les différents angles sont orientés : $\theta_1 > 0$, $\theta'_1 < 0$ et $\theta_2 > 0$. Le sens positif est le sens trigonométrique.

2. Rappeler les lois de la réflexion et de la réfraction de Snell-Descartes.
3. Montrer que, dans le cas où $n_2 < n_1$, si θ_1 est supérieur à une valeur θ_t , l'énergie véhiculée par le rayon incident est totalement réfléchi par le dioptré. Nommer cette situation.
4. Exprimer θ_t en fonction de n_1 et n_2 .
5. Dans le cas d'un dioptré séparant la glace (milieu 1) de l'air (milieu 2), calculer la valeur de θ_t en degrés.

II. Le halo solaire

Le halo solaire, ou anthélie, est un phénomène optique atmosphérique qui ressemble à un arc-en-ciel circulaire (voir figure 2 à gauche). Il apparaît sous la forme d'un cercle coloré dont le soleil occupe le centre. L'objectif de cette sous-partie est la détermination du rayon angulaire du halo (qui représente l'angle au sommet du cône représenté sur la figure 2 à droite).

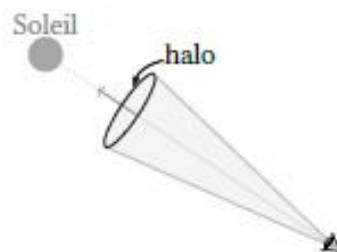


FIGURE 2 – Halo solaire. À gauche, photographie d'un halo solaire. À droite, géométrie du halo solaire : le halo apparaît sous la forme d'un cercle lumineux intense centré sur l'axe qui relie l'œil de l'observateur au Soleil.

Le halo est dû à la réfraction de la lumière issue du soleil par de petits cristaux de glace en forme de bâtonnets. Les plus petits de ces cristaux (dont la taille peut être inférieure à $20\text{ }\mu\text{m}$) ont un mouvement erratique provoqué par le choc des molécules qui constituent l'air ; ils ont donc toutes les orientations possibles dans l'espace. Puisqu'on ne s'intéresse qu'à la déviation des rayons lumineux, on peut modéliser la réfraction de la lumière issue du soleil par l'ensemble de ces cristaux par la réfraction de la lumière par un seul cristal en considérant un angle d'incidence variable.

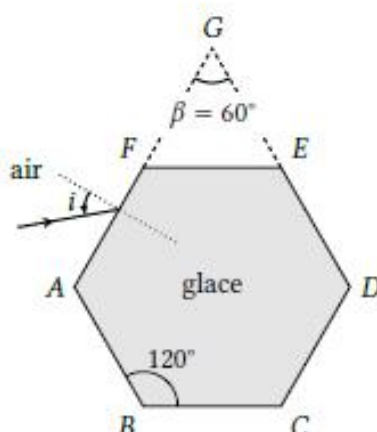


FIGURE 3 – Représentation de la section droite d'un cristal de glace et d'un rayon lumineux incident sur la face (AF) du cristal.

La figure 3 donne la représentation de la section droite d'un cristal de glace. Cette section présente la géométrie d'un hexagone régulier (ABCDEF). Un rayon lumineux incident, contenu dans le plan de cette section, atteint la face (AF) avec un angle d'incidence variable i . On étudie la déviation de ce rayon lumineux par le cristal.

6. Justifier que le rayon lumineux qui émerge du cristal ne peut pas sortir par la face (EF).
7. Justifier qu'un rayon lumineux qui émerge par la face (CD) est parallèle au rayon lumineux incident et n'est donc pas dévié par le cristal de glace.

On considère le rayon émergent par la face (DE). Les faces (AF) et (DE) sont analogues aux faces d'un prisme de sommet G, d'angle au sommet β égal à 60° et d'indice optique égal à celui de la glace, à savoir n_g (voir figure 4).

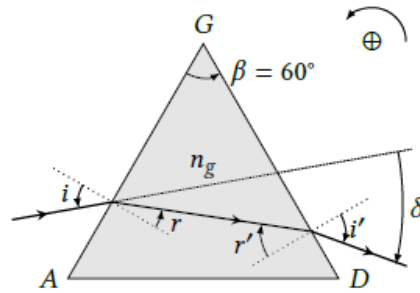


FIGURE 4 – Déviation du rayon lumineux incident par le prisme (ADG) d'indice optique n_g .

Les différents angles sont définis sur la figure 4. On les oriente selon la convention suivante : les angles qui correspondent à une rotation dans le sens trigonométrique sont comptés positivement. Le sens trigonométrique est rappelé par une flèche courbe sur la figure 4, associée au symbole $\oplus$.

On note δ l'angle qui mesure la déviation du rayon incident après sa traversée du prisme. Les différents angles sur la figure 4 ont les signes suivants : $i > 0$, $r > 0$, $i' < 0$, $r' < 0$ et $\delta < 0$.

8. Donner les relations qui lient i , r et n_g d'une part; i' , r' et n_g d'autre part.

9. Établir que : $\beta = r - r'$ et que $\delta = i - r + r' - i'$.

10. La figure 5 montre les variations de la valeur absolue de la déviation $|\delta|$ en fonction de l'angle d'incidence. On constate l'existence d'une valeur minimale dont on admet qu'elle est obtenue lorsque $i = -i'$. En déduire que dans cette configuration :

$$r = \beta/2 \text{ et } \sin i = n_g \sin(\beta/2).$$

11. La figure 5 montre que la valeur minimale de $|\delta|$ est approximativement égale à 22° . Retrouver ce résultat par le calcul.

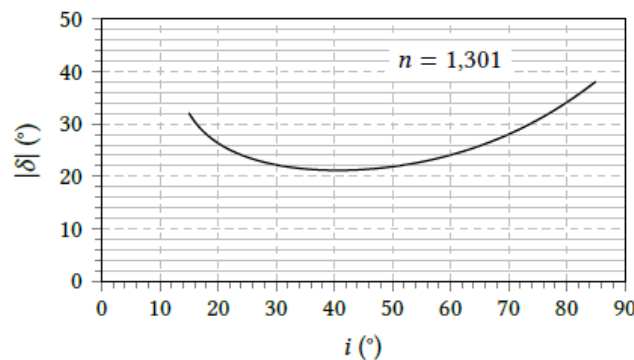


FIGURE 5 – Valeur absolue de la déviation du rayon lumineux en fonction de l'angle d'incidence.

12. Expliquer pourquoi l'observateur observe une accumulation de lumière (le halo solaire) dans la direction qui correspond à une ouverture angulaire de 22° autour de l'axe dirigé de son œil vers le Soleil.

13. L'indice optique de la glace est une fonction décroissante de la longueur d'onde. On observe que le halo solaire est irisé (l'irisation est la production des couleurs de l'arc-en-ciel par décomposition de la lumière du soleil) : de l'intérieur vers l'extérieur du halo, les couleurs observées varient du rouge au bleu. Préciser si les résultats établis précédemment sont en accord avec cette observation.

Problème n°3 : Relation de conjugaison, grandissement et construction

Formules d'optique :

Si le point objet A et le point image A' sont conjugués par la lentille L de focale f' et de centre O , d'après la formule de Descartes on a :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

et le grandissement transversal est :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

On considère une lentille divergente L de centre optique O de foyer principal objet F et de foyer principal image F' , de distance focale image $f' = -0,020 \text{ m}$.

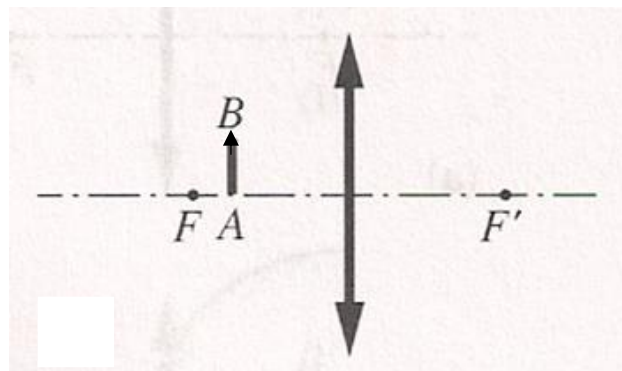
1) Comment définit-on le stigmatisme et l'aplanétisme. Rappeler les conditions de Gauss. Comment fait-on dans un montage pour se placer dans les conditions de Gauss ? Quel est l'intérêt de se placer dans ces conditions ?

2) On souhaite que l'image $A'B'$ d'un objet AB par la lentille L soit réelle, non inversée et agrandie d'un facteur 2,0. On note γ le grandissement de la lentille. Exprimer la distance $\overline{OA}$ en fonction de γ et de f' . Calculer $\overline{OA}$ et déterminer la nature (réelle ou virtuelle) de l'objet.

3) Illustrer par un schéma la position de AB , de $A'B'$ et de L .

Problème n°4 : Tracés de rayons...

1) Déterminer graphiquement la position de l'image $A'B'$ de AB par la lentille. Préciser la nature (réelle ou virtuelle) du couple objet-image (on distinguera les rayons réels représentés en traits continus des supports de rayons représentés en pointillés).



2) Dans cette question, représenter (en justifiant géométriquement) la propagation du rayon dans le système optique ci-dessous

