

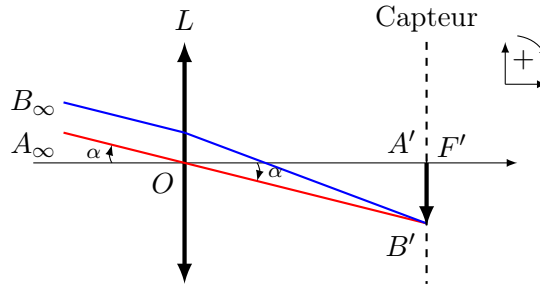
Devoir Maison n° 3

Instrument d'optique

Problème 1 Appareil photographique

A Objectif assimilé à une simple lentille mince

1. $\boxed{d = \sqrt{\ell^2 + L^2}}$. A.N. : $d = 43 \text{ mm}$
2. Le capteur doit être placé dans le plan focal image de l'objectif.



3. Dans le triangle $OA'B'$: $\tan(\alpha) = \frac{-\overline{A'B'}}{f'_{\text{eq}}} = \frac{h}{f'_{\text{eq}}}$. Soit dans les conditions de Gauss avec $\tan(\alpha) \simeq \alpha$: $\boxed{h = f'_{\text{eq}} \alpha}$
4. La taille maximale de l'image est $h_{\text{max}} = f'_{\text{eq}} \alpha_{\text{max}} = \frac{d}{2}$, donc : $2\alpha_{\text{max}} = \frac{d}{f'_{\text{eq}}}$.

$$\boxed{2\alpha_{\text{max}} = \frac{\sqrt{\ell^2 + L^2}}{f'_{\text{eq}}}}$$

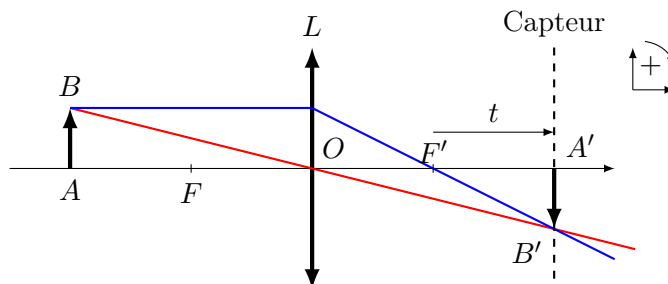
A.N. : $\underline{2\alpha_{\text{max}} = 0,87 \text{ rad} = 50^\circ}$.

Remarque : sans l'approximation des petits angles :

$$2\alpha_{\text{max}} = 2 \arctan \left(\frac{\sqrt{\ell^2 + L^2}}{2f'_{\text{eq}}} \right)$$

A.N. : $\underline{2\alpha_{\text{max}} = 0,82 \text{ rad} = 47^\circ}$

5. Si l'objet se rapproche de la lentille, l'image s'éloigne du plan focal image. Il faut donc éloigner l'objectif du capteur (le déplacer vers la gauche) pour que l'image d'un objet à distance finie se forme sur le capteur :



6. **1^{ère} méthode** : Appliquons la relation de conjugaison de Newton à l'objectif : $\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -f_{eq}'^2$
avec $\overline{FA} = \overline{FO} + \overline{OA} = f_{eq}' - x$. On en déduit le tirage : $t = \overline{F'A'} = \frac{-f_{eq}'^2}{\overline{FA}}$ soit :

$$t = \frac{f_{eq}'^2}{x - f_{eq}'}$$

- 2^{ème} méthode** : Appliquons la relation de conjugaison de Descartes à l'objectif : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f_{eq}'}$

avec $\overline{OA} = -x$, donc $\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f_{eq}'} - \frac{1}{x}$ et $\overline{OA'} = \frac{f_{eq}'x}{x - f_{eq}'}$.

Le tirage $t = \overline{F'A'}$ d'où $t = \overline{F'O} + \overline{OA'}$, $t = -f_{eq}' + \frac{f_{eq}'x}{x - f_{eq}'}$

$$t = \frac{f_{eq}'^2}{x - f_{eq}'}$$

7. Lorsque l'objet est placé à l'infini le tirage est $t_{\infty} = 0$. Lorsque l'objet est placé en $x = 10f_{eq}'$,

$$t = \frac{f_{eq}'^2}{x - f_{eq}'} = \frac{f_{eq}'^2}{9f_{eq}'} = \frac{f_{eq}'}{9}. \quad \Delta t = t - t_{\infty} = \frac{f_{eq}'}{9}$$

A.N. : $t = 5,6 \text{ mm}$.

B Objectif bifocal

1. Un système de deux lentilles minces accolées de vergence V_2 et V_3 est équivalent à une unique lentille mince dont la vergence V est définie par : $V = V_2 + V_3$. Sachant que $f_{23}' = 1/V$ on obtient :

$$f_{23}' = \left(\frac{1}{f_2'} + \frac{1}{f_3'} \right)^{-1} = \frac{f_2' f_3'}{f_2' + f_3'}$$

A.N. : $f_{23}' = 84 \text{ mm} > 0$. La lentille équivalente est donc convergente.

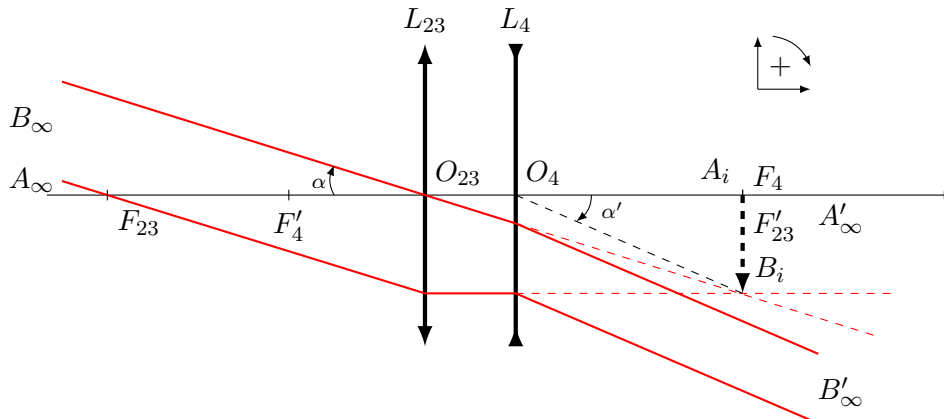
2. Le système est afocal s'il donne d'un objet à l'infini, une image à l'infini. En pratique, il faudra que le foyer image de la lentille L_{23} soit confondu avec le foyer objet de la lentille L_4 .

$$\overline{O_2O_4} = \overline{O_2F_{23}'} + \overline{F_{23}'F_4} + \overline{F_4O_4} = \overline{O_2F_{23}'} + \overline{F_4O_4}$$

$$\overline{O_2O_4} = f_{23}' + f_4'$$

A.N. : $\overline{O_2O_4} = 24 \text{ mm}$.

3. Schéma de l'objectif de l'appareil photo constitué des lentilles L_2 , L_3 et L_4 :



4. On note : $\boxed{A_\infty B_\infty \xrightarrow{L_{23}} A_i B_i = F'_{23} B_i = F_4 B_i \xrightarrow{L_4} A'_\infty B'_\infty}$ et on cherche $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$.

Dans les conditions de Gauss : $\alpha' \simeq \tan \alpha' = -\frac{\overline{A_i B_i}}{\overline{O_4 F_4}} = \frac{\overline{A_i B_i}}{f'_4} > 0$

et $\alpha \simeq \tan \alpha = \frac{-\overline{A_i B_i}}{\overline{O_{23} F'_{23}}} = -\frac{\overline{A_i B_i}}{f'_{23}} > 0$.

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_{23}}{f'_4} = -\frac{1}{f'_4} \left(\frac{1}{f'_2} + \frac{1}{f'_3} \right)^{-1}$$

$$\boxed{G = -\frac{f'_2 f'_3}{f'_4 (f'_2 + f'_3)}}$$

A.N. : $G = 1,4$.

5. Comme le système (L_2 , L_3 et L_4) est afocal, l'image à travers L_1 sera nette si le capteur est placé dans le plan focal image de L_1 . La distance $\overline{O_4 O_1}$ n'a pas d'importance car les rayons sortant de L_1 sont parallèles entre eux.
6. Pour réduire l'encombrement et récupérer le plus de lumière, il faut rapprocher la lentille L_1 au plus près de la lentille L_4 : on accole L_1 à L_4 .
7. Par un raisonnement analogue à celui réalisé à la question A.3. :

$A'' B'' = f'_1 \tan \alpha' \simeq f'_1 \alpha'$ dans les conditions de Gauss. Avec $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ on obtient :

$$\boxed{A'' B'' = f'_1 G \alpha}$$

8. 8.a. Les deux configurations $L_{23}+L_4$ et L_2+L_{34} sont, toutes les deux, constituées :
— d'une lentille L_I caractérisée par la distance focale $f'_I = f'_4 = f'_2$,
— d'une lentille équivalente L_{II} caractérisée par $f'_{II} = f'_{23} = f'_{34}$.
Par contre, l'ordre des lentilles L_I et L_{II} est inversé.
- 8.b. D'après ce qui précède, quand on passe de la configuration $L_{23}+L_4$ à la configuration L_2+L_{34} , cela revient à inverser le sens de propagation de la lumière. Le trajet est identique d'après le principe du retour inverse de la lumière. Ainsi, ce qui servait d'objet dans la première configuration sert d'image dans la deuxième et réciproquement. Dans ce cas :

$$\boxed{G' = \frac{1}{G}}.$$

9. Avec $A'' B''_{\max} = d/2$, on accède au champ angulaire :
— Dans la première configuration :

$$\boxed{2\alpha_{\max_1} = \frac{d}{f'_1 G}}$$

A.N. : $2\alpha_{\max_1} = 0,60 \text{ rad} = 34^\circ$.

- Dans la deuxième configuration :

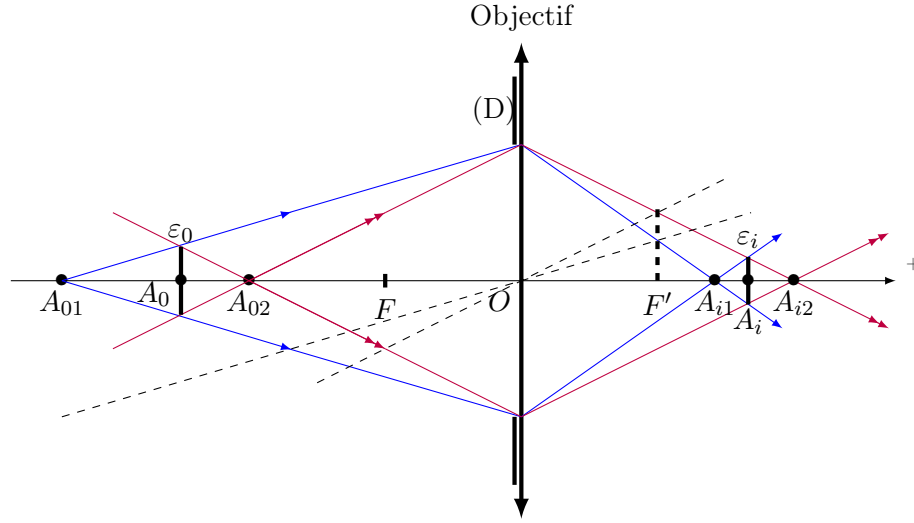
$$\boxed{2\alpha_{\max_2} = \frac{dG}{f'_1}}$$

A.N. : $2\alpha_{\max_2} = 1,1 \text{ rad} = 62^\circ$.

10. Les valeurs obtenues pour les champs angulaires sont à la limite de compatibilité avec les conditions de Gauss. Il y aura donc des aberrations géométriques et chromatiques à corriger.

C Profondeur de champ

1. Les positions des foyers principaux F et F' de la lentille mince sont indiqués ci-dessous :



2. En utilisant Thalès, on peut écrire : $\frac{\varepsilon_0}{D} = \frac{\overline{A_{01}A_0}}{\overline{A_{01}O}} = \frac{\overline{A_{01}O} + \overline{OA_0}}{d_{01}} = \frac{d_{01} - d_0}{d_{01}}$ Ainsi, on obtient :

$$\boxed{d_{01} = \frac{d_0}{1 - \varepsilon_0/D}}.$$

De manière analogue, on a : $\frac{\varepsilon_0}{D} = \frac{\overline{A_0A_{02}}}{\overline{A_{02}O}} = \frac{\overline{A_0O} + \overline{OA_{02}}}{d_{02}} = \frac{d_0 - d_{02}}{d_{02}}$

Ainsi, on obtient : $\boxed{d_{02} = \frac{d_0}{1 + \varepsilon_0/D}}.$

3. La profondeur de champ vaut $\Delta d_0 = d_{01} - d_{02} = \frac{d_0}{1 - \varepsilon_0/D} - \frac{d_0}{1 + \varepsilon_0/D}.$

$$\text{Cela donne après calculs, } \Delta d_0 = \frac{2d_0 \frac{\varepsilon_0}{D}}{1 - \left(\frac{\varepsilon_0}{D}\right)^2} = \boxed{\frac{2d_0 \frac{\varepsilon}{D|\gamma|}}{1 - \left(\frac{\varepsilon}{D|\gamma|}\right)^2}}.$$

4. Quand le diamètre D du diaphragme diminue, le numérateur augmente et le dénominateur diminue donc la profondeur de champ augmente.