

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'appréciation des **copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Problème n°1 : Des oiseaux haut en couleur

L'extraordinaire diversité des motifs colorés des oiseaux résulte de phénomènes physiques tels que l'absorption de la lumière, la diffusion, les interférences ou encore la diffraction. Certains motifs peuvent être expliqués soit par une répartition organisée du plumage, on parle alors de couleurs structurales, soit par la présence de pigments dans le plumage, on parle alors de couleurs pigmentaires. Si le jaune du canari est par exemple pigmentaire, le bleu de la perruche est lui structural. Certains oiseaux bénéficient des deux types de colorations comme le perroquet Ara qui présente ainsi un plumage très coloré (photo 1).

Pour ce problème, les intervalles de longueurs d'onde de quelques couleurs sont fournis dans le tableau ci-dessous :

Couleurs	Rouge	Orange	Jaune	Vert	Bleu	Violet
λ en nm	620 - 780	590 - 620	580 - 590	500 - 580	450 - 500	380 - 450



Photo 1 - Perroquets Ara (rouge vert bleu à gauche, bleu jaune à droite)

Dans ce problème, nous allons étudier la couleur structurale de certains oiseaux.

I. Le bleu de la perruche

A l'origine, la couleur des perruches à l'état sauvage est verte, mais la captivité chez cet oiseau, souvent élevé en nombre, a permis l'émergence de nouvelles couleurs comme le bleu (photo 2). C'est notamment l'appauvrissement en pigments jaunes dans son plumage qui est indirectement responsable de cette coloration si particulière et rare dans le domaine animal.

De façon schématisée, une plume est constituée essentiellement d'un rachis sur lequel pousse les barbes sur lesquelles naissent des barbules (figure 1). Le long des barbules prennent naissance à leur tour des crochets.



Photo 2 - Perruche bleue

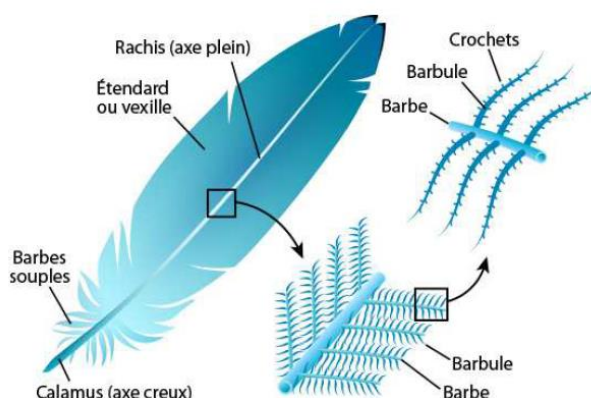


Figure 1 - Constitution d'une plume

Afin de déterminer l'origine physique de cette couleur bleue, on observe une partie AB d'une plume de perruche à l'aide d'un microscope optique.

Pour cela, on dispose :

- d'une première lentille L_1 de centre O_1 de distance focale $f'_1 = 1,2$ cm qui porte le nom d'objectif.
- d'une deuxième lentille L_2 de centre O_2 de distance focale $f'_2 = 2,0$ cm qui porte le nom d'oculaire.

La distance qui sépare le foyer image F'_1 de l'objectif et le foyer objet F_2 de l'oculaire est appelée intervalle optique, noté Δ avec ici $\Delta = 16$ cm (figure 2).

L'observation se fait à l'aide d'un œil emmétrope (œil à vision normale) situé derrière l'oculaire.

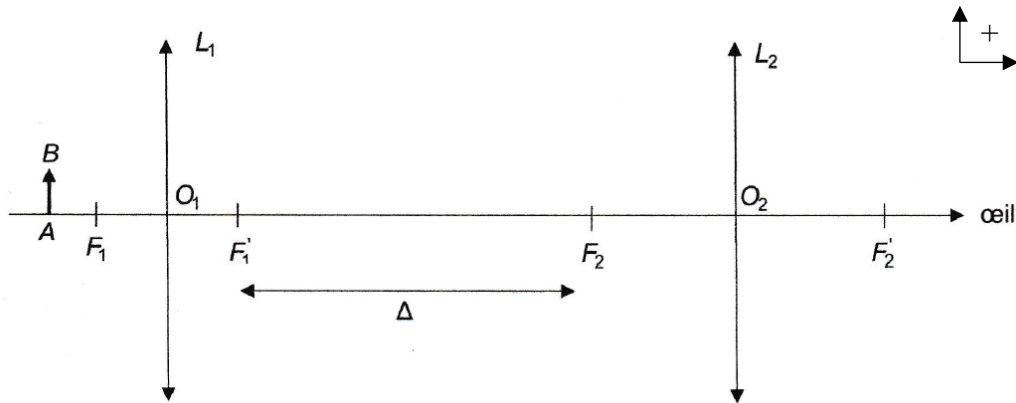


Figure 2 - Schéma du microscope

On se placera pour toute la suite dans les conditions de Gauss et dans l'approximation des petits angles. On note h la taille de l'objet AB observé.

Q.1- Afin que l'observation puisse s'effectuer sans fatigue visuelle pour l'œil emmétrope, où doit être située l'image A_2 en sortie de L_2 ? Dans quel plan se situe donc l'image intermédiaire A_1B_1 ? Justifier.

Q.2- Reproduire sur la copie le schéma du microscope et tracer le chemin de deux rayons lumineux passant par l'extrémité B de l'objet, l'un parallèle à l'axe et l'autre passant par O_1 . Faire apparaître sur ce schéma :

- l'image intermédiaire A_1B_1
- le diamètre angulaire α' de l'image finale vue par l'œil

Q.3- Montrer que le grandissement transversal de l'objectif $\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$ s'écrit :

$$\gamma_1 = -\frac{\Delta}{f'_1}$$

Q.4- En déduire l'expression du diamètre angulaire α' de l'image vue par l'observateur au travers du microscope en fonction de f'_1 , f'_2 , h et de Δ .

En l'absence de dispositif, l'œil voit net un objet situé à une distance comprise entre d_m et d_M avec $d_m < d_M$.

Q.5- Quels noms donne-t-on aux points objets correspondant à ces distances ? Donner une valeur à d_m et d_M pour un œil emmétrope.

Q.6- Déterminer le diamètre angulaire α de l'objet AB vu sans instrument et situé à une distance d_m de l'œil (figure 3).

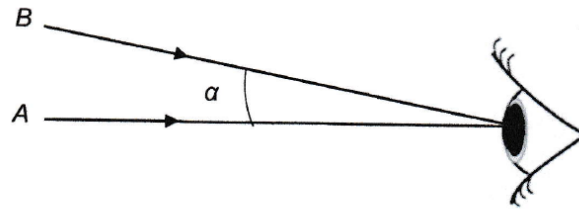


Figure 3 - Diamètre ou distance angulaire

Q.7- En déduire que le grossissement commercial G_C du microscope défini par $G_C = \frac{\alpha'}{\alpha}$ s'écrit :

$$G_C = \frac{d_m \Delta}{f'_1 f'_2}$$

Faire l'application numérique avec $d_m = 25$ cm.

Q.8- Un œil peut distinguer deux images ou deux objets si la distance angulaire les séparant est supérieure à la limite de résolution angulaire de l'œil $\varepsilon = 1'$ (une minute d'arc). Déterminer quelle sera la distance angulaire minimale α_m entre deux objets vus au travers de ce microscope.

L'image d'une partie d'une plume est donnée ci-après (photo 3) :

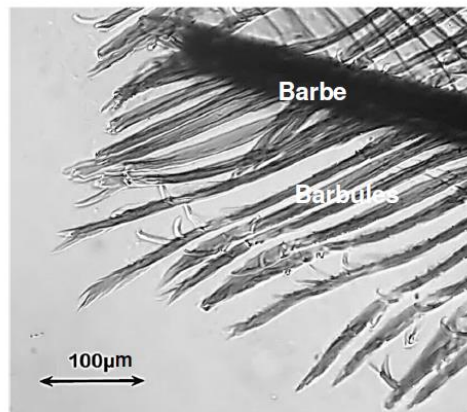


Photo 3 - Image d'une plume de perruche à l'aide d'un dispositif non précisé

Q.9- Par mesure sur la photo 3, donner une estimation de la distance entre deux crochets situés au bout des barbules.

Q.10- On rappelle que la résolution angulaire de l'œil nu est $\varepsilon = 1'$. Ces crochets peuvent-ils être distingués directement sans instruments ? Pourront-ils être distingués avec le microscope utilisé précédemment ?

En explorant davantage la plume, on découvre qu'à l'intérieur des barbes apparaissent des couches fines parallèles et empilées de petits grains appelés micro-granules (figure 4).

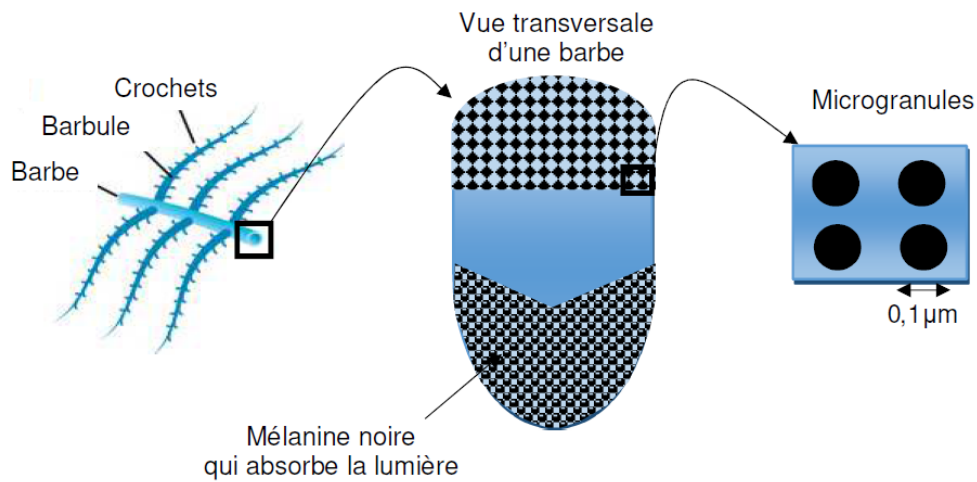


Figure 4 - Coupe transversale d'une barbe

Ces micro-granules de petite taille sont responsables d'une diffusion de la lumière incidente (figure 5) :

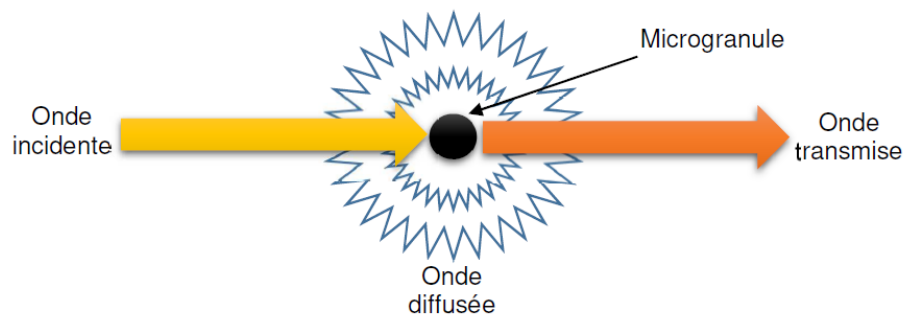


Figure 5 - Diffusion de la lumière par une microgranule

La puissance moyenne diffusée à travers une sphère de centre une micro-granule est donnée par la formule :

$$\langle P \rangle = \alpha \omega^4$$

où α est une constante de proportionnalité et ω la pulsation du rayonnement incident.

Q.11- Expliquer alors la couleur bleue prise par le plumage de la perruche lorsqu'elle est éclairée en lumière blanche. Que deviennent les radiations non diffusées ?

II. Du vert au violet pour le canard colvert

Dans certains cas, la couleur d'un plumage varie selon l'angle d'observation. C'est le cas du canard colvert mâle qui possède autour de son cou et de sa tête un plumage dont la teinte varie selon la direction (photo 4).



Photo 4 - Teinte variable sur les cous des canards colvert

Pour expliquer ce phénomène, il faut étudier l'intérieur des barbules, constitués notamment de petites cavités dans lesquelles on trouve de minces lamelles parallèles appelées micro-lamelles (photo 5).

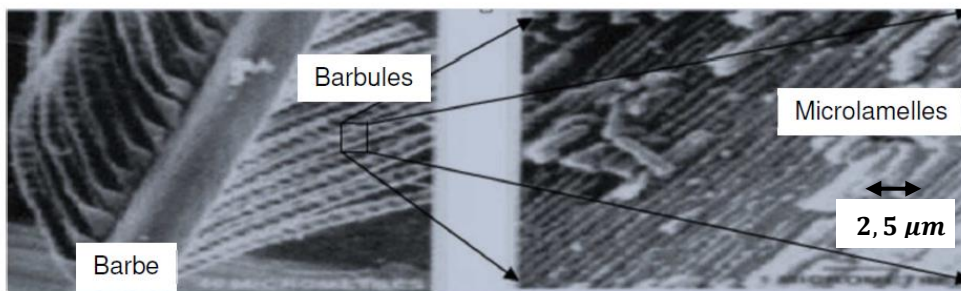


Photo 5 - Observation des microlamelles au microscope électronique

Chaque micro-lamelle se comporte comme un petit miroir réfléchissant la lumière. Entre deux lamelles se situe de la mélanine absorbant la lumière. Ainsi ces micro-lamelles s'apparentent aux traits d'un réseau plan qui peut être modélisé soit par la figure 6-a (réseau plan par transmission), soit par la figure 6-b (réseau plan par réflexion). Aucune connaissance sur les réseaux est nécessaire pour répondre aux questions qui suivent.

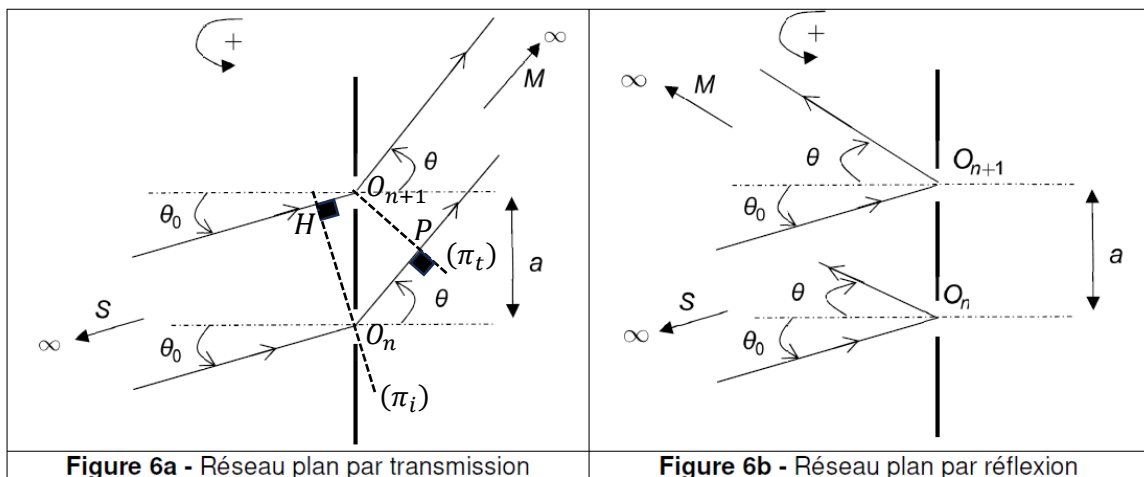


Figure 6a - Réseau plan par transmission

Figure 6b - Réseau plan par réflexion

La distance entre deux micro-lamelles est notée a . S représente une source de lumière monochromatique, de longueur d'onde λ_0 située à l'infini, envoyant un faisceau de lumière parallèle. On suppose que les ondes émises par S sont en phase sur S . L'observation se fait en un point M situé à l'infini.

Q.12- La structure en micro-lamelles constitue-t-elle un réseau par réflexion ou par transmission ?

Q.13- On considère la figure 6a. On note (π_i) le plan d'onde défini orthogonal aux rayons incidents. Sur (π_i) les ondes incidentes sont en phase (même état vibratoire). Exprimer la différence de marche $\delta_i = HO_{n+1}$ entre les deux rayons dans le milieu incident. De la même manière, déterminer la différence de marche $\delta_t = O_nP$ entre les deux rayons après transmission. En déduire que la différence de marche $\delta(M)$ entre ces deux rayons quand ils arrivent au point M est donnée par :

$$\delta(M) = a. (\sin \theta - \sin \theta_0)$$

Q.14- On donne la formule de Fresnel permettant d'exprimer l'intensité lumineuse en M :

$$I(M) = 2I_0. (1 + \cos \varphi(M))$$

où I_0 est l'intensité lumineuse émise par une fente. Quelle relation existe-t-il entre le déphasage $\varphi(M)$ et la différence de marche $\delta(M)$.

Q.15- Pour quelles valeurs de $\delta(M)$ les ondes interfèrent entre-elles de façon totalement constructive ?

Q.16- Compte tenu de l'orientation des angles, dans le cas des réseaux par réflexion, montrer par analogie que les maximums d'intensité lumineuse sont donnés pour des angles θ_k tels que :

$$\sin \theta_k + \sin \theta_0 = \frac{k\lambda_0}{a}$$

avec k un entier relatif

Rq. : on pourra, si nécessaire représenter sur un schéma les plans d'ondes (π_i) et (π_r) pour la réflexion.

Q.17- La distance entre les micro-lamelles est $a = 0,58 \mu\text{m}$. Ceci vous semble-t-il est accord avec la photo 5. Justifier.

Q.18- Application : de quelle couleur apparaît la tête d'un canard colvert, dont les micro-lamelles sont éclairées en incidence normale par des rayons provenant du Soleil, d'une part pour l'observateur A et d'autre part pour l'observateur B supposés suffisamment éloignés (figure 7) ? On justifiera que l'on ne tient compte que des ordres $k = \pm 1$. Commenter en lien avec la photo 4.

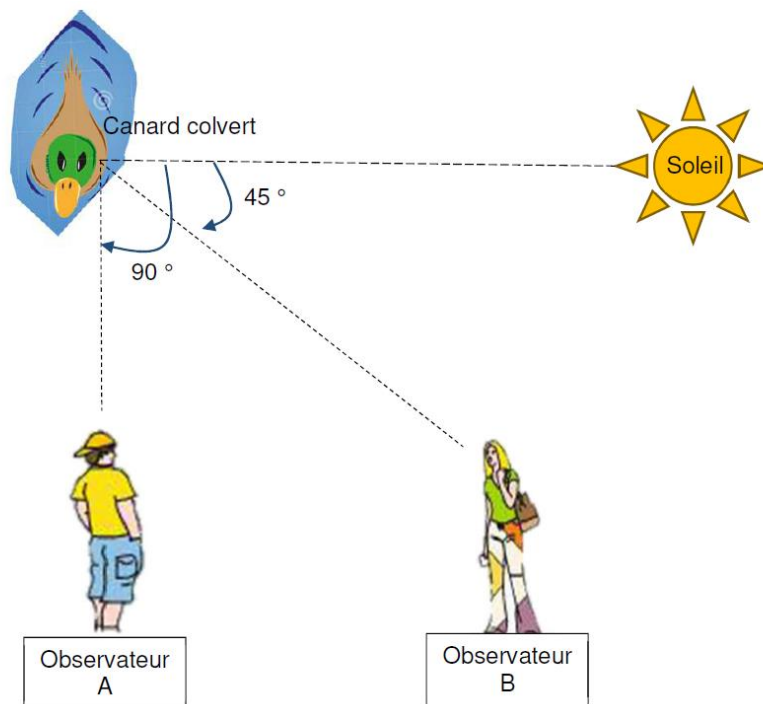


Figure 7 - Canard colvert éclairé par le soleil

III. Le colibri aux mille couleurs

Le colibri est un oiseau-mouche possédant la faculté de faire jaillir des couleurs très vives qu'il ne possède pas à l'origine. En effet, comme on le voit sur la photo 6, le plumage de cet oiseau peut passer du rouge rubis au bleu cuivré en une fraction de seconde.



Photo 6 - Photos de deux colibris aux couleurs changeantes
(rouge rubis à gauche, bleu cuivré à droite)

(Pour le lecteur, de nombreuses vidéos capturent un tel effet, par exemple ici <https://youtu.be/Tmok46hXzgU>).

Afin d'interpréter ces couleurs vives, il est nécessaire de s'intéresser davantage aux micro-lamelles des plumes de cet oiseau. Une photographie obtenue au microscope électronique à balayage est fournie photo 7.

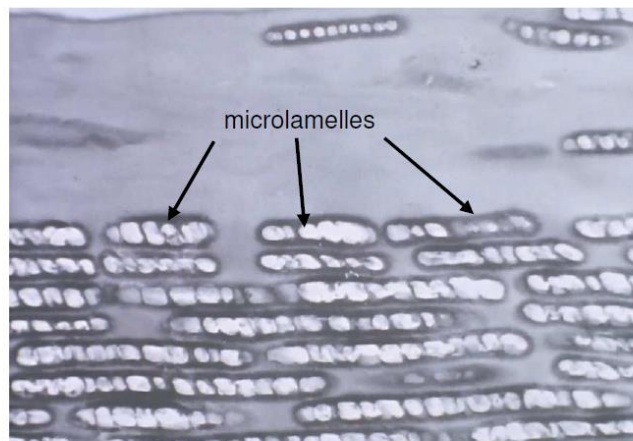


Photo 7 - Image obtenue au microscope électronique de quelques microlamelles
(grandissement x6000)

On peut y voir le réseau de micro-lamelles décrit dans la partie précédente mais aussi l'intérieur de chaque lamelle qui n'est pas totalement opaque et laisse passer la lumière par réfraction.

Ainsi, chaque micro-lamelles peut se comporter comme une lame à face parallèles d'épaisseur e (figure 8).

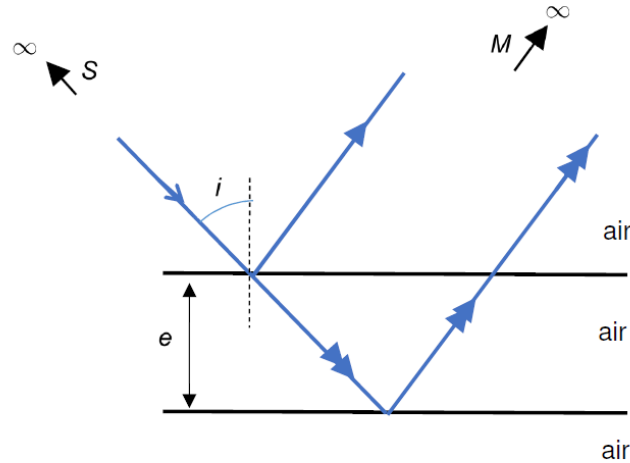


Figure 8 - Modélisation d'une microlamelles par une lame d'air à face parallèle

Nous admettrons que la différence de marche entre deux rayons de la figure 8 partant d'une source S et atteignant un point M , tous deux à l'infini, s'écrit $\delta(M) = 2 \cdot e \cdot \cos i$

Q.19- Par mesure sur la photo 7, déterminer la valeur de l'épaisseur e d'une micro-lamelles.

Q.20- De quel angle le colibri doit-il tourner la tête pour que sa couleur passe du rouge au bleu ?

Problème n°2 : Cavités résonnantes

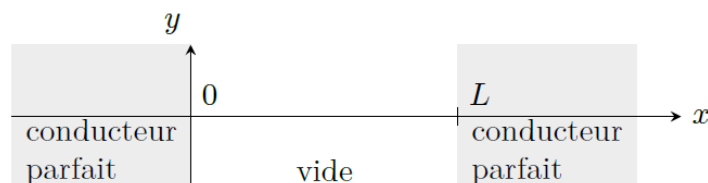
Un instrument de musique constitue une cavité acoustique résonante. Les fréquences de résonance d'une cavité dépendent, entre autres paramètres, de la nature des extrémités de la cavité. Nous allons dans un premier temps nous intéresser au cas d'une cavité résonante électromagnétique. Les résultats établis dans ce contexte peuvent ensuite être utilisés par analogie aux cavités acoustiques considérées, sans qu'aucune connaissance sur les ondes sonores ne soit nécessaire.

Données :

- Permittivité du vide $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^4 \cdot \text{A}^2$
- Perméabilité du vide $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$
- Célérité du son dans l'air à 25 °C : $c_{\text{son}} = 346 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

I. Cavité résonante électromagnétique

On considère une cavité électromagnétique vide de charges et de courants électriques, délimitée par un conducteur parfait qui occupe le demi-espace $x < 0$ et un autre conducteur parfait qui occupe le demi-espace $x > L$.



Cavité résonante électromagnétique

Q.1- Dans la cavité résonante, le champ électrique $\vec{E}(x, t)$ est solution de l'équation aux dérivées partielles :

$$\frac{d^2 \vec{E}(x, t)}{dx^2} - \epsilon_0 \mu_0 \frac{d^2 \vec{E}(x, t)}{dt^2} = \vec{0} \quad (1)$$

où ε_0 et μ_0 sont deux constantes qui caractérisent le milieu. On note c la célérité de l'onde dans la cavité, dont l'expression est donnée par :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

Par analyse dimensionnelle, vérifier l'homogénéité de c puis calculer sa valeur. Que peut-on dire de la célérité de l'onde électromagnétique dans la cavité ?

Q.2- On considère le champ électrique $\vec{E}(x, t)$ solution de l'équation (1) :

$$\vec{E}(x, t) = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y \quad (2)$$

où $\vec{u}_y$ est un vecteur unitaire orienté selon l'axe (Oy) .

Que peut-on dire de cette onde ? Le champ électrique est-il caractéristique d'une onde transversale ou longitudinale ? Justifier.

Q.3- Sachant que le champ $\vec{E}(x, t)$ est solution de l'équation (1), montrer que $k = \omega/c$.

On admet que le champ électrique dans un conducteur parfait est nul en tout point et à tout instant.

Q.4- On considère une solution de l'équation (1) sous la forme du champ électrique donné par l'équation (2). Montrer que les conditions aux limites en $x = 0$ et en $x = L$ pour le champ électrique imposent $E_0 = 0$.

On considère dorénavant une solution de l'équation (1) sous la forme suivante :

$$\vec{E}(x, t) = 2E_0 \sin(\omega t) \sin(kx) \vec{u}_y$$

où E_0 est une constante non nulle et $k = \omega/c$.

Q.5- Comment peut-on caractériser cette onde ?

Q.6- Montrer que cette solution vérifie les conditions aux limites pour le champ électrique en $x = 0$ à tout instant t .

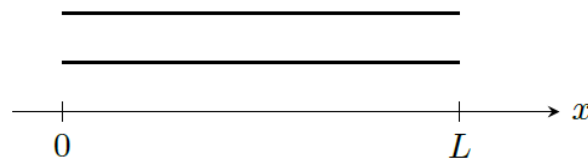
Q.7- Montrer que la condition aux limites pour le champ électrique en $x = L$ impose à k et à ω des valeurs discrètes. En déduire la relation :

$$L = \frac{n\lambda}{2}$$

où n est un entier naturel non nul et $\lambda = 2\pi/k$ est la longueur d'onde de l'onde électromagnétique.

II. Résonance d'un tube acoustique ouvert à ses deux extrémités

Plusieurs instruments à vent, comme la flûte traversière, peuvent être modélisés par un tube ouvert à ses extrémités.



Tube ouvert à ses deux extrémités

L'onde acoustique qui existe dans le tube peut être caractérisée par la pression locale $P(x, t)$ de l'air à l'abscisse x et à l'instant t dans le tube. Les conditions aux extrémités du tube imposent une relation de quantification analogue à celle établie pour la cavité électromagnétique $L = n\lambda/2$ où n est un entier naturel non nul et où λ désigne la longueur d'onde de l'onde acoustique.

Q.8- Etablir l'expression suivante de la fréquence du mode propre de rang n en fonction de la longueur L d'un tube, de l'entier n et de la célérité c_{son} du son dans l'air :

$$f_n = \frac{nc_{son}}{2L} \quad (3)$$

La note associée à un son musical est déterminée par la fréquence fondamentale (c'est-à-dire correspondant à $n = 1$) de l'onde acoustique.

Q.9- Calculer la valeur de la fréquence fondamentale d'une flûte traversière modélisée par un tuyau acoustique de longueur $L = 70$ cm ouvert à ses deux extrémités (on considère une température de l'air dans le tube égale à 25 °C).

Q.10- Identifier la note correspondante.

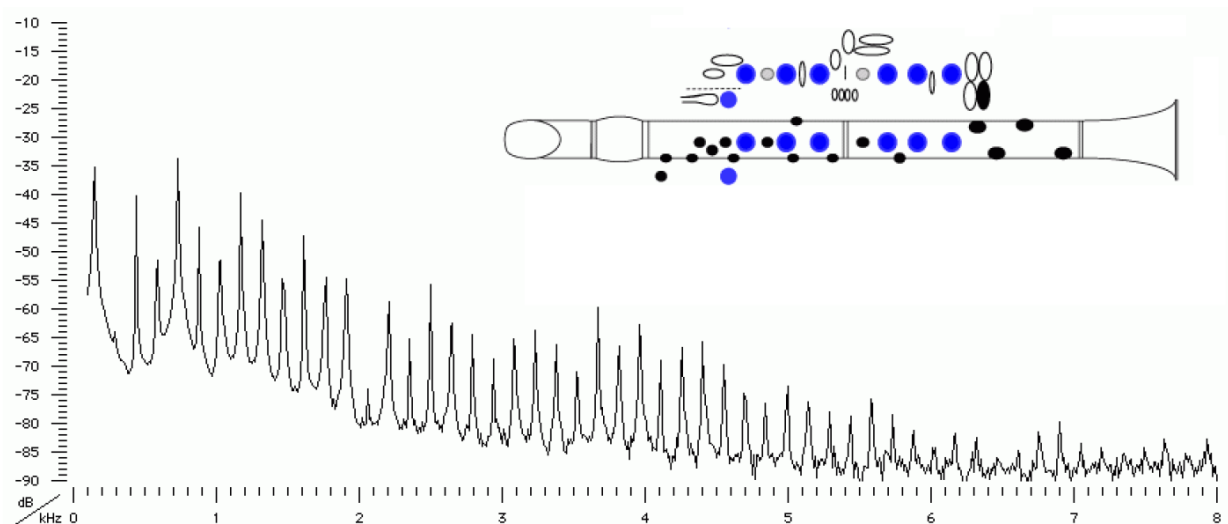
Correspondance note-fréquence fondamentale

Note \ octave	1	2	3	4	5	6
do	65,41	130,81	261,63	523,25	1046,5	2093
do#	69,3	138,59	277,18	554,37	1108,73	2217,46
ré	73,42	146,83	293,66	587,33	1174,66	2349,32
ré#	77,78	155,56	311,13	622,25	1244,51	2489,02
mi	82,41	164,81	329,63	659,26	1318,51	2637,02
fa	87,31	174,61	349,23	698,46	1396,91	2793,83
fa#	92,5	185	369,99	739,99	1479,98	2959,96
sol	98	196	392	783,99	1567,98	3135,96
sol#	103,83	207,65	415,3	830,61	1661,22	3322,44
la	110	220	440	880	1760	3520
la#	116,54	233,08	466,16	932,33	1864,66	3729,31
si	123,47	246,94	493,88	987,77	1975,53	3951,07

Fréquences des notes (en Hz) dans la gamme tempérée.

III. Son produit par une clarinette

Une clarinette est assimilée à un tube acoustique de longueur égale à $L = 58,8$ cm. Le spectre du son produit par une clarinette dont tous les trous sont bouchés est représenté sur la figure ci-dessous :



On souhaite déterminer si le modèle d'un tube acoustique ouvert à ses deux extrémités est adapté à la clarinette. On considère la relation (3) caractéristique d'un tube ouvert à ses extrémités.

Q.11- Estimer la longueur de la clarinette en utilisant la relation (3) et le spectre fourni (on considère une température de l'air dans le tube égale à 25 °C).

Q.12- Conclure quant à la possibilité de modéliser la clarinette par un tube ouvert à ses deux extrémités.