

TD04- CIRCUITS LINÉAIRES DU 1^{er} ORDRE

Exercice 1 : Questions de cours (à savoir faire sans le cours sous les yeux)

1. On considère un circuit RC série auquel on applique un échelon de tension.
 - a. Représenter sur le même graphe l'allure expérimentale de $e(t)$ et de $u_C(t)$. Distinguer sur ce graphe le régime transitoire et le régime permanent.
 - b. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$. On introduira un temps caractéristique τ .
 - c. Résoudre l'équation différentielle sachant qu'à $t=0$, le condensateur est déchargé.
 - d. Déterminer la durée du régime transitoire. N.B. : On supposera que le régime permanent est atteint lorsque la tension aux bornes du condensateur a atteint 99% de sa valeur maximale.
 - e. Enoncer trois méthodes différentes pour déterminer τ . On pourra s'appuyer sur des graphes.
2. Une fois le condensateur chargé, à $t=0$, on laisse se décharger le condensateur, qui est alors en régime libre ($e(t)=0$).
 - a. Représenter sur le même graphe l'allure expérimentale de $e(t)$ et de $u_C(t)$. Distinguer sur ce graphe le régime transitoire et le régime permanent.
 - b. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$. On introduira un temps caractéristique τ .
 - c. Résoudre l'équation différentielle sachant qu'à $t=0$, le condensateur est chargé.
3. On s'intéresse maintenant à l'intensité $i(t)$ dans le circuit lors de la charge du condensateur ($e(t)=E$).
 - a. Représenter sur le même graphe l'allure expérimentale de $e(t)$ et de $u_R(t)$ lors de la charge. Distinguer sur ce graphe le régime transitoire et le régime permanent.
 - b. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$. On introduira un temps caractéristique τ .
 - c. Résoudre l'équation différentielle sachant qu'à $t=0$, le condensateur est déchargé.
4. On s'intéresse à la réponse d'un circuit RC série à un échelon de tension.
 - a. Faire un bilan de puissance, et commenter.
 - b. Faire un bilan d'énergie, et commenter.
5. On considère un circuit RL série auquel on applique un échelon de tension.
 - a. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$. On introduira un temps caractéristique τ .
 - b. Résoudre l'équation différentielle.
 - c. Faire un bilan de puissance, et commenter.

Exercice 2 : constantes de temps

1. Montrer, en utilisant les relations entre intensité et tension, que RC est homogène à un temps.
2. Montrer, en utilisant les relations entre intensité et tension, que L/R est homogène à un temps.

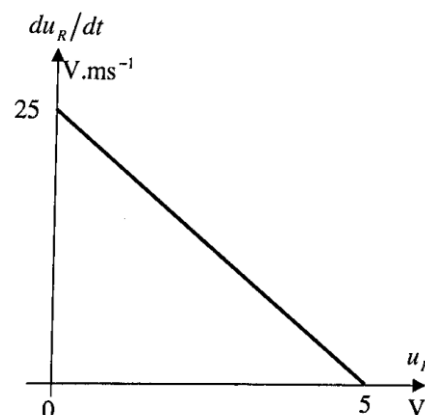
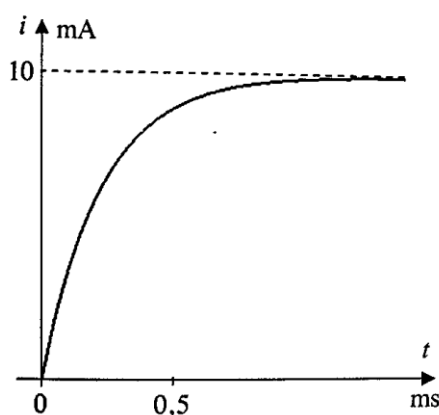
Exercice 3 : Equations différentielles

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau}u = 0$, avec $u(0^+) = E$
2. $5 \frac{du}{dt} + \frac{1}{RC}u = 0$, avec $u(0^+) = E$
3. $\frac{di}{dt} + \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2 (R_1 + R_2)} i = 0$, avec $i(0^+) = \frac{E}{R_1 + R_2}$
4. $\frac{du}{dt} + \frac{1}{C(R_1 + R_2)}u = \frac{U_0}{(R_1 + R_2)C}$ avec $u(0^+) = E$

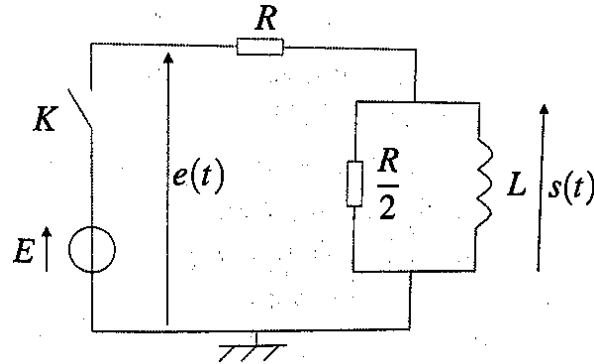
Exercice 4 : Etude expérimentale d'un circuit RL

Un circuit RL série est fermé à $t=0$ sur une source idéale de tension continue E. A l'aide des deux relevés expérimentaux suivants, retrouver les valeurs numériques de R, L, E, et τ .



Exercice 5 : Etude d'un circuit RL

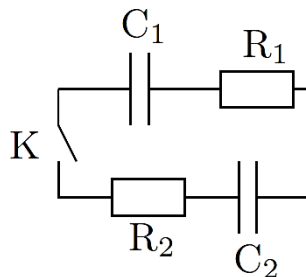
On considère le circuit représenté ci-dessous. A l'instant $t=0$, on ferme l'interrupteur K, qui était ouvert depuis « très longtemps ».



1. Donner les valeurs de $s(0^-)$ et $s(0^+)$.
2. On appelle i l'intensité du courant traversant la résistance R . Donner les valeurs de $i(0^-)$ et $i(0^+)$.
3. Que vaut $s(t)$ lorsque t tend vers l'infini ?
4. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$.
5. En déduire l'expression de $s(t)$.
6. Tracer l'allure de $s(t)$.
7. Exprimer, en fonction de L et R , le temps t_0 au bout duquel la tension s a été divisée par 10.

Exercice 6* : Charge par décharge

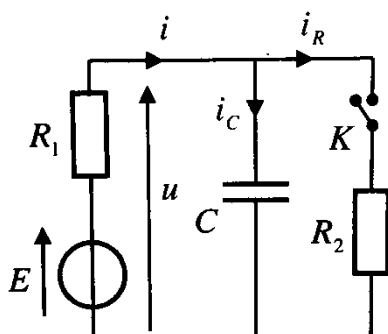
A $t=0^-$, C_1 est chargé sous une tension V_0 et C_2 est déchargé. A $t=0$, on abaisse l'interrupteur K. On appelle $i(t)$ le courant dans le circuit.



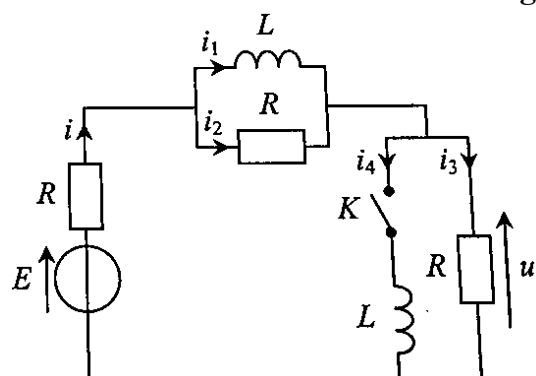
1. Quel dipôle peut être traité en convention générateur ? En déduire la relation courant/tension pour ce dipôle dans ce cas.
2. Déterminer $u_{C1}(0^+)$, $u_{C2}(0^+)$ et $i(0^+)$.
3. Trouver l'équation différentielle satisfaite par $i(t)$.
4. Résoudre l'équation différentielle en tenant compte des conditions initiales.
5. En déduire les expressions de $u_{C1}(t)$ et $u_{C2}(t)$ en tenant compte des conditions initiales.

Exercice 7* : Décharge et recharge d'un condensateur

L'interrupteur K est ouvert depuis un temps « très long ». A $t=0$, on ferme l'interrupteur K. On constate alors que la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur évolue avec une constante de temps $\tau=2,0\text{ms}$. Au bout d'un temps très supérieur à τ , on ouvre de nouveau l'interrupteur K, et cette fois la tension aux bornes du condensateur évolue avec une constante de temps $\tau'=10\text{ms}$.



1. Déterminer $i_C(0^-)$, $i_R(0^-)$, $i(0^-)$ et $u(0^-)$.
2. Déterminer $i_C(0^+)$, $i_R(0^+)$, $i(0^+)$ et $u(0^+)$.
3. Donner la valeur de u juste avant la réouverture de K.
4. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par u entre $t=0$ et la réouverture de K. En déduire l'expression de τ .
5. Déterminer l'expression de τ' .
6. Montrer que les mesures faites donnent accès à la valeur numérique du rapport des résistances $\frac{R_1}{R_2}$. Faire l'application numérique.

Exercice 8* : Conditions initiales et régime permanent

Dans le montage de la figure ci-contre, (à gauche) le générateur de tension continue a une force électromotrice E . L'interrupteur K est ouvert depuis « très longtemps ». On ferme l'interrupteur à $t=0$.

1. Déterminer u et les intensités i_1 , i_2 , i_3 , i_4 et i à $t=0^-$ puis à $t=0^+$.
2. Déterminer u et les intensités i_1 , i_2 , i_3 , i_4 et i lorsque t tend vers l'infini.