

**DU PROGRAMME PRÉCÉDENT :**• **Compléments sur la décomposition en éléments simples d'une fonction rationnelle**

Aucune théorie sur la décomposition en éléments simples n'est au programme... par contre, il faut savoir décomposer, sans aide, en éléments simples une fraction rationnelle simple.



Conformément au programme : « Dans le cas où le dénominateur possède une racine multiple ou un facteur irréductible de degré 2, la forme cherchée doit être fournie »

• **Calcul de primitives et d'intégrales**

Ce chapitre n'a pas pour but de permettre de résoudre des exercices théoriques d'intégration.

**I - Rappels et compléments**

- ➔ Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle borné, relation de Chasles, linéarité, positivité et ordre.
- ➔ Lien entre primitives et intégrales.

**II - Quelques méthodes de calcul**

- ➔ Primitives usuelles (en lisant le tableau des dérivées « à l'envers »)
- ➔ Transformations judicieuses d'expressions / reconnaître des dérivées de fonctions composées

$$\text{Ex. calcul de } \int_0^{\pi/4} \tan t \, dt, \int_0^{\pi/4} \tan^2 t \, dt, \int_1^e \frac{\cos(\ln x)}{x} dx, \int_0^{\pi} \sin(2t)e^{\sin^2 t} dt, \int_{-2}^2 \sqrt{t+2} dt, \int_1^2 \frac{x}{(x^2+1)^3} dt$$

- ➔ Primitives de fonctions de la forme :  $x \mapsto \cos^p x \sin^q x$  (\*)

Rq. Si  $p$  ou  $q$  est impair, on peut faire apparaître des termes de la forme «  $u'(x) \times (u(x))^n$  »

- ➔ 2 méthodes pour déterminer une primitive de  $x \mapsto \cos(\omega x)e^{\lambda x}$  ou  $x \mapsto \sin(\omega x)e^{\lambda x}$

En utilisant que  $\cos(\omega x)e^{\lambda x} = \text{Re}(e^{(\lambda + i\omega)x})$

Ou en cherchant une primitive sous la forme  $x \mapsto (A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x))e^{\lambda x}$

Une question de cours pourra être le calcul d'une primitive d'une fonction de cette forme. (\*)

- ➔ Primitives de fonctions rationnelles :

Primitives de  $x \mapsto \frac{1}{ax^2 + bx + c}$  dans le cas de pôle simple / pôle double. (\*) (sur un exemple)

Ex. Primitives de  $x \mapsto \frac{1}{1-x^2}$  sur tout intervalle inclus dans  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ .

**III - Formule d'intégration par parties**

- ➔ Intégration par parties pour les fonctions de classe  $C^1$ , application au calcul de primitives.

Ex. Primitives de  $\ln$  sur  $\mathbb{R}^+$  (\*)

**NOUVEAU COURS :**• **Calcul de primitives et d'intégrales****IV - Changement de variable**

- ➔ Changement de variable : application aux calculs d'intégrales et de primitives

- ➔ Un changement de variable à connaître pour les fonctions en  $\sin$ ,  $\cos$  et  $\tan$  :  $t = \tan \frac{x}{2}$ .

Ex. Sur  $]0, \pi[$ , une primitive de  $x \mapsto \frac{1}{\sin x}$  est  $x \mapsto \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right|$  (\*)

- ➔ Applications aux intégrales de fonctions paires/impaires sur  $[-a, a]$ , d'une fonction périodique sur une période

RQ pour les interrogateurs : Les règles de Bioche ne sont pas au programme.

• **Équations différentielles linéaires (EDL)****I - Vocabulaire général sur les équations différentielles**

- ➔ Vocabulaire général sur les ED : ordre, équation linéaire, courbes intégrales.

**II - EDL d'ordre 1 de la forme  $y' + a(x)y = b(x)$  (E), où  $a$  et  $b$  continues sur  $I$  intervalle de  $\mathbb{R}$** 

- ➔ Cas particulier des EDL 1 à coefficients constants, condition initiale.
- ➔ Équation homogène associée à (E) et forme des solutions : Les solutions de l'EDL 1 (E) s'obtiennent en faisant la somme de la solution générale de l'équation homogène associée (H) et d'une solution particulière de (E).
- ➔ Expression de la solution générale de l'équation homogène associée (H).
- ➔ Recherche d'une solution particulière : pp. de superposition des solutions, solution évidente, si  $a$  est une constante on recherche d'une solution de la même forme que le second membre, mth. de variation de la cste.
- ➔ Condition initiale : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy

(\*) Démonstrations / Méthodes à connaître et TOUT le cours est à connaître !

Prévisions semaine n° 9 : EDL 2 à coefficients constants

**Déroulement d'une colle**

1. Un calcul parmi :
  - Question de cours signalée par (\*)
  - Primitive/intégrale (sans IPP, ni changement de variable)
2. Exercice(s)

Un cours non connu entraîne une note < 10.



Pas de liste d'exercices à savoir refaire cette semaine :

Il faut savoir calculer des intégrales et primitives

Il faut savoir et résoudre des EDL 1.

À vous de vous entraîner sur les exos de la feuille de TD (déjà faits ou dont vous avez eu la correction)

(\*) Démonstrations / Méthodes à connaître et TOUT le cours est à connaître !

Prévisions semaine n°8 : Calcul de primitives et d'intégrales : changement de variable + EDL