DERIVEES USUELLES

I – Dérivées usuelles

$f(x) = \ldots$	$f'(x) = \ldots$	Ensemble de définition Et de dérivabilité
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	Définie sur $\mathbb{R}^+$ Dérivable sur $\mathbb{R}^{+*}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^{+*}$ et $\mathbb{R}^{-*}$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^{+*}$
$\ln\|x\|$	$\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^{+*}$ et $\mathbb{R}^{-*}$
e^x	e^x	$\mathbb{R}$
$x^n, n \in \mathbb{Z}$	$n\,x^{n-1}$	$\mathbb{R}$ si $n \geq 0$ $\mathbb{R}^{+*}$ et $\mathbb{R}^{-*}$ si $n < 0$
$\cos x$	$-\sin x$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$\cos x$	$\mathbb{R}$

II – Opérations sur les dérivées

★ Si f et g sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et λ un réel alors on a :

- La fonction λf est dérivable sur I et $(\lambda . f)' = \lambda . f'$ (*Multiplication par un scalaire*)
- La fonction $f + g$ est dérivable sur I et $(f+g)' = f' + g'$. (*Somme*)
- La fonction $f \times g$ est dérivable sur I et $(f \times g)' = f' \times g + g \times f'$. (*Produit*)
- Si g ne s'annule pas sur I, $\frac{f}{g}$ est dérivable sur I et $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - g'f}{g^2}$. (*Quotient*)

III – Dérivée d'une composée

Th.

Dérivation et composition.
Soit $u : \mathrm{I} \longrightarrow \mathbb{R}$ dérivable sur I intervalle de $\mathbb{R}$ et $v : \mathrm{J} \longrightarrow \mathbb{R}$ dérivable sur J intervalle de $\mathbb{R}$ telles que :

$$\forall x \in \mathrm{I},\ u(x) \in \mathrm{J}$$

On a alors que la fonction $v \circ u : \mathrm{I} \longrightarrow \mathbb{R}$ est dérivable sur l'intervalle I et $(v \circ u)' = u' \times (v' \circ u)$
C'est-à-dire : $\forall x \in \mathrm{I}, (v \circ u)'(x) = u'(x) \times v'(u(x))$

Applications :

★ Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dérivable sur $\mathbb{R}$. La fonction $g : \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto f(ax+b) \end{array}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a : $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = a f'(ax+b)$

★ Soit $u : \mathrm{I} \to \mathbb{R}$ dérivable et strictement positive sur un **intervalle** I de $\mathbb{R}$.

La fonction $f : \begin{array}{l} \mathrm{I} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \sqrt{u(x)} \end{array}$ est dérivable sur l'intervalle I et on a : $f' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

★ Soit $u : \mathrm{I} \to \mathbb{R}$ dérivable sur un **intervalle** I de $\mathbb{R}$.

La fonction $f : \begin{array}{l} \mathrm{I} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto (u(x))^n \end{array}$ est dérivable sur l'intervalle I et on a : $f' = n \times u' \times u^{n-1}$

★ Soit $u : \mathrm{I} \to \mathbb{R}$ dérivable sur un **intervalle** I de $\mathbb{R}$.

La fonction $f : \begin{array}{l} \mathrm{I} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto e^{u(x)} \end{array}$ est dérivable sur l'intervalle I et on a : $f' = u' \times e^u$

★ Soit $u : \mathrm{I} \to \mathbb{R}$ dérivable et ne s'annulant pas sur un **intervalle** I de $\mathbb{R}$.

La fonction $f : \begin{array}{l} \mathrm{I} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \ln(|u(x)|) \end{array}$ est dérivable sur l'intervalle I et on a : $f' = \frac{u'}{u}$