PRIMITIVES USUELLES

$f(x) = \dots$	Expression **d'une** primitive F(x) = ...	Définie sur l'intervalle I = ...
x^{α} avec $\alpha \neq -1$	$\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$	$\mathbb{R}$ si $\alpha \in \mathbb{N}$ $]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$ si $\alpha \in \mathbb{Z}^-$ $]0, +\infty[$ si $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$
$\dfrac{1}{x^n}$ avec $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$	$\dfrac{1}{1-n} \times \dfrac{1}{x^{n-1}}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$
$\dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$	$]0, +\infty[$
$\dfrac{1}{x}$	$\ln(\lvert x \rvert)$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$
e^x	e^x	$\mathbb{R}$
$e^{\alpha x}$, $\alpha \in \mathbb{R}^*$	$\dfrac{1}{\alpha} e^{\alpha x}$	$\mathbb{R}$
$\cos x$	$\sin x$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$-\cos x$	$\mathbb{R}$

Si f est de la forme ...	Avec u dérivable sur I telle que ...	**Une** primitive F est de la forme ...
$u' u^n$ ($n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$)	u ne s'annulant pas sur I et $n \neq -1$	$\dfrac{1}{n+1} \times u^{n+1}$
$\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$	$u > 0$ sur I	$2\sqrt{u}$
$\dfrac{u'}{u}$	u ne s'annulant pas sur I	$\ln(\lvert u \rvert)$
$\dfrac{u'}{u^n}$ avec $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$	u ne s'annulant pas sur I	$\dfrac{1}{1-n} \times \dfrac{1}{u^{n-1}}$
$u' e^u$		e^u
$x \longmapsto u(ax+b) \quad a \neq 0$	U une primitive de u sur I	$x \longmapsto \dfrac{1}{a} \times \mathrm{U}(ax+b)$

★ **Primitive s'annulant en un point**

Th. Si f est une fonction **continue** sur un **intervalle** I de $\mathbb{R}$ et si a est un réel de I, alors f admet des primitives sur I et on a :

La fonction définie sur I par F : $x \longmapsto \int_a^x f(t)dt$ est l'**unique** primitive de f sur I qui s'annule en a.

L'ensemble des primitives de f, sur I, est alors : $\{F + \lambda, \lambda \in \mathbb{R}\}$.

★ **Intégrale d'une fonction continue.**

Th. *Théorème fondamental liant intégrales et primitives.*

Si f est une fonction **continue** sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et a et b deux réels de I, alors on a :

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = \left[F(x)\right]_a^b$$, où F est une primitive quelconque de f sur I.

★ **Formule d'intégration par parties**

Th. Soit u et v deux fonctions dérivables et de dérivées continues sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

Si a et b sont deux réels de I alors on a : $\int_a^b u(x)v'(x)dx = \left[u(x)v(x)\right]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx$

★ **Résolution de l'équation différentielle $y' = ay + b$**

Prop. Soit $a \in \mathbb{R}$. Les solutions de l'équation différentielle $y' = a\,y$ sont les fonctions de la forme : $x \longmapsto \lambda\, e^{ax}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Prop. Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ avec $a \neq 0$. Les solutions de l'équation différentielle $y' = a\,y + b$ sont les fonctions de la forme :

$$x \longmapsto \lambda\, e^{ax} - \frac{b}{a} \ , \ \lambda \in \mathbb{R}.$$