

Durée 3h

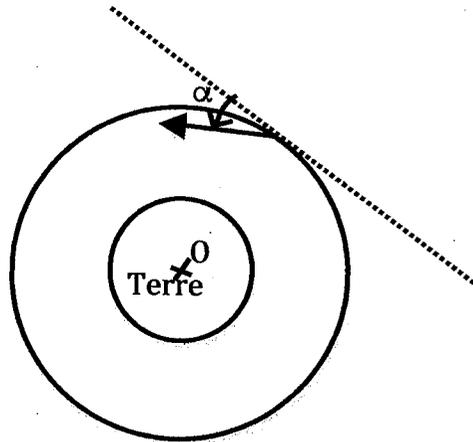
DS8

PCSI 843 10 Mai 2025

### I. Etude d'un satellite géostationnaire.

On donne : le rayon de la terre  $R_T = 6.38 \cdot 10^6$  m, le champ de pesanteur à la surface de la terre  $g_0 = 9.81$  m.s<sup>-2</sup> et la période de la terre autour de son axe  $T = 86164$ s.

- I.1. Rappeler la définition d'un satellite géostationnaire.
- I.2. Déterminer à quelle distance  $r_0$  il doit se trouver du centre de la terre? Quelle est l'expression de sa vitesse  $v_0$ ? A.N.
- I.3. Brusquement l'un de ses réacteurs se met en action de façon intempestive et son vecteur vitesse devient  $\vec{V}$  avec  $\|\vec{V}\| = 2v_0$  et l'angle entre  $\vec{V}$  et la trajectoire géocentrique devient  $\alpha = 30^\circ$ .



Déterminer la nature de la trajectoire.

I.4. On désire déterminer les caractéristiques de cette trajectoire.

I.4.a. Montrer que le moment cinétique du satellite  $\vec{\sigma}_O$  est constant. L'exprimer en coordonnées polaires. (base  $\vec{e}_r$  et  $\vec{e}_\theta$ ).

I.4.b. Montrer que  $\frac{d(\vec{e}_\theta)}{dt} = k \frac{\vec{e}_r}{r^2}$ , on donnera l'expression de k.

I.4.c. Appliquer le PFD au satellite et, à l'aide de I.4.b., en déterminer une primitive. En déduire qu'il existe un vecteur constant  $\vec{A} = \vec{v} + \lambda \vec{e}_\theta$ , exprimer  $\lambda$  en fonction de  $g_0$ ,  $R_T$ ,  $r_0$  et  $\alpha$ ? A.N. calculer  $\lambda$ .

Placer qualitativement ce vecteur  $\vec{A}$  sur le schéma, on placera son origine en O.

I.4.d. L'origine des angles  $\theta$  sera prise sur  $\vec{A}$ . Calculer de deux façons  $\vec{A} \cdot \vec{e}_\theta$ . En déduire l'expression de r en fonction de  $\theta$ .

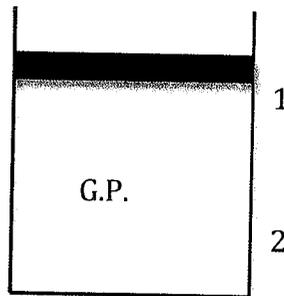
Pour quelle valeur de  $\theta$ , r est-il minimum? Calculer  $r_{\min}$ . Placer sur le schéma l'axe de symétrie de la trajectoire et le point B au minimum d'approche.

I.4.e. Déterminer la position des asymptotes, les placer sur le schéma.

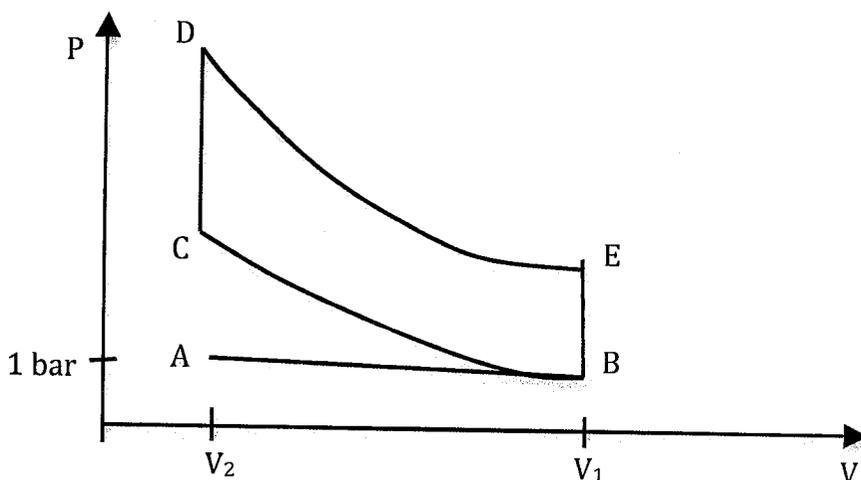
(1)

**I. Etude d'un moteur à explosion à quatre temps.**

On envisage une description très simplifiée d'un moteur à essence à explosion à 4 temps. On considérera qu'à tout instant on a un gaz parfait diatomique dans un cylindre fermé par un piston qui peut glisser entre deux positions extrêmes 1 et 2. Le nombre de moles de gaz sera considéré comme constant tout au long du cycle, et les transformations seront considérées quasi statiques



Le cycle décrit est celui de Bau de Rochas :



Les points sont décrits dans l'ordre suivant :  
A>B>C>D>E>B>A

On appelle taux de compression :  $\tau = \frac{V_1}{V_2} = 9$

**I.1. Les phases d'admission et d'échappement.**

Le cylindre ne peut pas être fermé tout le temps il faut pouvoir faire rentrer le carburant et l'air frais (phase d'admission) et à la fin expulser les gaz brûlés (phase d'échappement). Pour cela il y a deux soupapes (non représentées) qui permettent de le faire.

La phase d'admission est de A vers B et celle d'échappement de B vers A.

Calculer pour chacune de ces deux phases le travail échangé par le gaz parfait. En déduire les quantités de chaleurs échangées sur chacune de ces deux phases.

$$V_1 = 0,5 \text{ L}$$

## I.2 Les autres phases.

On s'intéresse maintenant au cycle B,C,D,E,B.

B>C : compression adiabatique.

C>D : isochore.

D>E : détente adiabatique.

E>B : isochore.

Questions préliminaires : donner les expressions de  $\gamma$ ,  $C_p$  et  $C_v$  du gaz.

I.2.1 Justifier que ce cycle est bien celui d'un moteur.

I.2.2 Quelles relations existent le long des courbes B>C et D>E. On redémontrera cette relation.

I.2.3 La température  $T_B$ , en B, est mesurée et donc connue.  $T_B=300\text{K}$ .

Donner les expressions de  $T_C$  et  $P_C$ , les calculer.

I.2.4 Montrer que  $T_D$  est supérieure à  $T_E$ .

I.2.5 La combustion du carburant se fait uniquement entre C et D.

La combustion d'1g d'essence nécessite 15g d'air et dégage 43890 J. Sachant que chaque cycle consomme m grammes de mélange et que le  $c_v$  massique du mélange est  $0,836 \text{ J}\cdot\text{g}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ , déterminer  $T_D$  puis  $P_D$ .

Puis calculer  $T_E$ .

Commenter les valeurs numériques obtenues.

## I.3. Rendement.

Définir le rendement  $r$  du cycle.

Exprimer  $r$  en fonction de  $\gamma$  et  $\tau$ .

A.N.

I.4. Ce moteur sert à faire avancer une voiture à la vitesse  $v=160\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ , elle consomme alors 13 L pour 100km. Quelle masse  $m_0$  de carburant est consommée chaque heure ?  
On donne la masse volumique de l'essence  $\rho=720\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

Quelle énergie thermique est libérée chaque heure ?

En déduire la puissance mécanique du moteur.