

I)

$$1) \frac{u_1 - u_e}{R_1} = \frac{u_e - u_s}{R_3} \Rightarrow \boxed{u_1 = \frac{R_1}{R_3} (u_e - u_s) + u_e} \quad (2)$$

$$2) \boxed{u_Q = -u_1} \quad (2)$$

$$3) \text{ Loi des nœuds en } S: \frac{u_e - u_s}{R_3} + \frac{u_Q - u_s}{R_2} = i_s$$

et on

$$\boxed{\frac{u_e - u_s}{R_3} + \frac{-u_1 - u_s}{R_2} = i_s} \quad (3)$$

4) On remplace (2) dans (3)

$$\boxed{\frac{u_e - u_s}{R_3} + \frac{1}{R_2} \left(-\frac{R_1}{R_3} (u_e - u_s) - u_e - u_s \right) = i_s} \quad (4)$$

5) à vide $i_s = 0$ dans (4)

$$\frac{u_e - u_{s_{\text{à vide}}}}{R_3} = \frac{1}{R_2} \left(\frac{R_1}{R_3} (u_e - u_s) + u_e + u_s \right)$$

$$u_{s_{\text{à vide}}} \left(-\frac{1}{R_3} + \frac{R_1}{R_2 R_3} - \frac{1}{R_2} \right) = u_e \left(\frac{R_1}{R_3 R_2} + \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} \right)$$

$$\boxed{u_{s_{\text{à vide}}} = u_e \frac{\left(\frac{R_1}{R_3 R_2} + \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_3} \right)}{-\frac{1}{R_3} + \frac{R_1}{R_2 R_3} - \frac{1}{R_2}}}$$

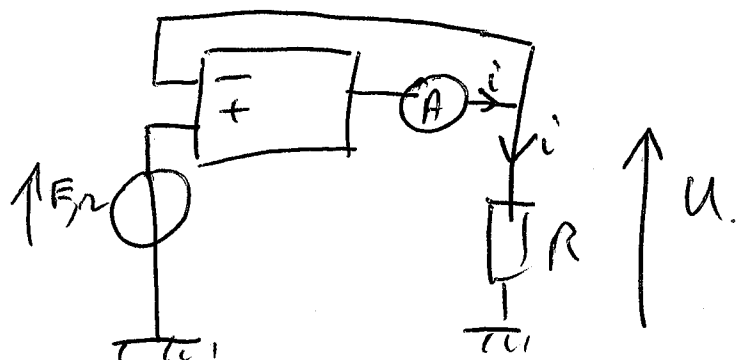
6) i_s court-circuit si $u_s = 0$. dans (4)

$$\frac{u_e}{R_3} + \frac{1}{R_2} \left(-\frac{R_1}{R_3} u_e - u_e \right) = i_{scc}$$

$$\boxed{i_{scc} = u_e \left(\frac{1}{R_3} - \frac{R_1}{R_2 R_3} - \frac{1}{R_2} \right)}$$

II

On veut que quand l'ampèremètre indique 1 mA cela corresponde à 1V. pour le calibre 1V. Idem pour autres calibres



$$V^+ = V^- \quad i_p^+ = i_p^-$$

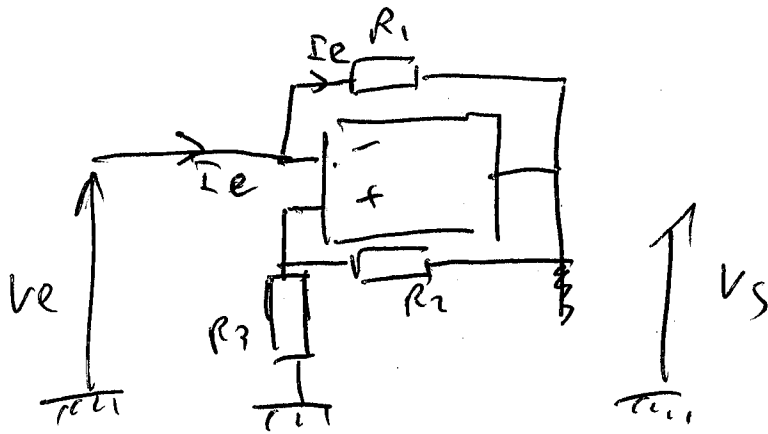
$$V^+ = E \\ = V^- = U = R i$$

quand $U = 300 \text{ mV}$ $i = 1 \text{ mA} \Rightarrow R = \frac{300}{1} = 300 \Omega$

$U = 1 \text{ V}$ $i = 1 \text{ mA} \Rightarrow R = \frac{1}{10^{-3}} = 1000 \Omega$

$U = 3 \text{ V}$ $i = 1 \text{ mA} \Rightarrow R = \frac{3}{10^{-3}} = 3000 \Omega$

III)



$$v^+ = v^- = 0$$

$$v^+ = v^-$$

on a $v_e = v^-$

$$\frac{v_e - v_s}{R_1} = I_e$$

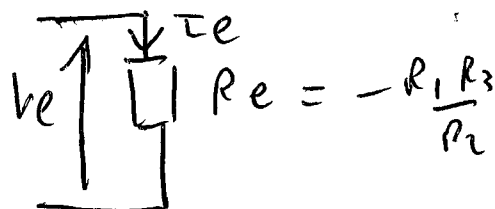
avec $v^+ = v^- = v_e$

$$v^+ = \frac{R_3}{R_3 + R_2} v_s = v_e \Rightarrow v_s = \left(\frac{R_3 + R_2}{R_3} \right) v_e$$

$$\frac{v_e - \left(\frac{R_3 + R_2}{R_3} \right) v_e}{R_1} = I_e$$

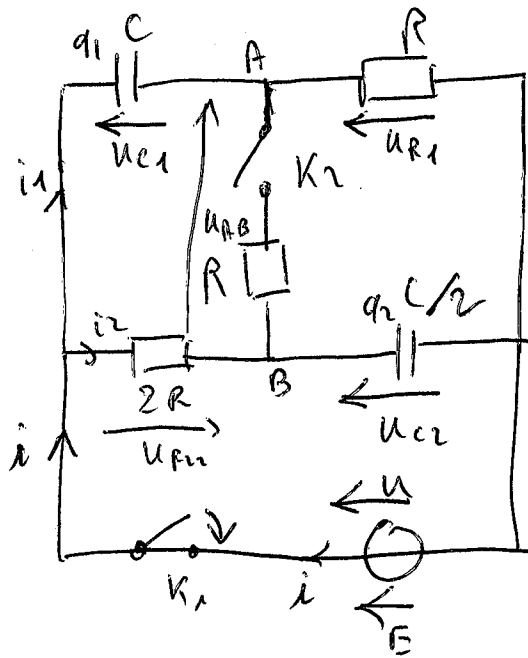
$$v_e \left(1 - \frac{R_3 + R_2}{R_3} \right) = R_1 I_e \Rightarrow v_e = - \frac{R_1 R_3}{R_2} I_e$$

vue de l'entrée on a une convention récepteur :



donc ce circuit modélise une résistance négative!

IV



1) K_1 fermé, K_2 ouvert.

régime permanent. ($t \rightarrow +\infty$)

$\Rightarrow$ Tout devient constant.

en particulier q_1 et $q_2 \Rightarrow i_1$ et i_2 nul

$$\Rightarrow U_{R1} = U_{R2} = 0. V$$

$$\Rightarrow \boxed{U_{C1} = E \text{ et } U_{C2} = E}$$

$$\boxed{U_{AB} = -U_{R2} - U_{C1} = -E}$$

2) Initialement les C sont déchargés il n'y a pas d'énergie électrique au départ.

A la fin (régime permanent) les C sont chargés et

possèdent l'énergie $\frac{1}{2} C E^2 + \frac{1}{2} \frac{C}{2} E^2 = \boxed{\frac{3}{4} C E^2}$

L'énergie a été fournie par le générateur et s'est répartie en énergie stockée dans les C ($\frac{3}{4} C E^2$) et en dissipation Δ uniquement dans les résistances.

Calculons l'énergie fournie par le générateur.

$$P_{\text{regime}} = -U_i = -P_{\text{fournie}} \Rightarrow P_{\text{fournie}} = U_i$$

$$E_{\text{fournie par le gén}} = \int_0^{+\infty} E (i_1 + i_2) dt = E \int_0^{+\infty} (i_1 + i_2) dt = \boxed{E \int_0^{+\infty} (i_1 + i_2) dt}$$

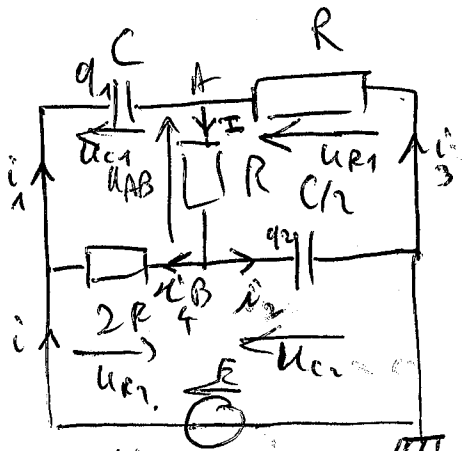
$$= E \int_0^{+\infty} \frac{dq_1}{dt} dt + E \int_0^{+\infty} \frac{dq_2}{dt} dt$$

$$= E [q_1]_0^{+\infty} + E [q_2]_0^{+\infty} = C E^2 + \frac{C}{2} E^2 = \boxed{\frac{3}{2} C E^2}$$

IV) 2) suite.

$$E_{\text{dissipée dans les résistances}} = \frac{3}{2} (E^2) - \frac{3}{4} (E^2) = \boxed{\frac{3}{4} (E^2)}$$

3)



Loi des nœuds en A et en B
 $I = i_1 + i_3 = i_2 + i_4$

en régime permanent $q_1 = q_2 = 0$
 et $q_2 = 0 \Rightarrow i_1 = 0$ et $i_2 = 0$

$$\Rightarrow I = i_3 = i_4$$

$$\Rightarrow E = 2RI + RI + RI$$

$$I = \frac{E}{4R} \text{ en régime permanent (c-à-d).}$$

$$u_{AB} = R I = \frac{E}{4}$$

4)

Cherchons les équations différentielles vérifiées par V_A et V_B .

Loi des nœuds en A: $\frac{V_A - V_B}{R} = C \frac{d u_{CA}}{dt} + \frac{(0 - V_A)}{R}$

Loi des nœuds en B: $\frac{V_A - V_B}{R} = \frac{C}{2} \frac{d u_{CB}}{dt} + \frac{V_B - E}{2R}$

avec $u_{CA} = E - V_A$ et $u_{CB} = V_B - 0$.

d'où
$$\begin{cases} \frac{V_A - V_B}{R} + \frac{V_A}{R} = -C \frac{d V_A}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{V_A - V_B}{R} = \frac{C}{2} \frac{d V_B}{dt} + \frac{V_B}{2R} - \frac{E}{2R} \quad (2)$$

(1) $\Rightarrow V_B = \frac{2 V_A}{R} + RC \frac{d V_A}{dt}$ on remplace dans (2)

$$\frac{V_A}{R} = \frac{3}{2R} \left(2 V_A + RC \frac{d V_A}{dt} \right) - \frac{E}{2R} + \frac{C}{2} \left[2 \frac{d V_A}{dt} + RC \frac{d^2 V_A}{dt^2} \right]$$

(5)

$$\text{IV)} \Rightarrow \text{suite. } \frac{E}{2R} = \frac{2V_A}{R} + \frac{dV_A}{dt} \left[\frac{3}{2}C + C \right] + \frac{RC^2}{2} \frac{d^2V_A}{dt^2}$$

d'où

$$\boxed{\frac{d^2V_A}{dt^2} + \frac{5}{RC} \frac{dV_A}{dt} + \frac{4}{R^2C^2} V_A = \frac{E}{R^2C^2}} \quad (a)$$

on isole V_A dans (2) on remplace dans (1).

$$V_A = \frac{3}{2} V_B - \frac{E}{2} + \frac{RC}{2} \frac{dV_B}{dt}$$

$$(1) \Rightarrow -\frac{2}{R} \left[\frac{3}{2} V_B - \frac{E}{2} + \frac{RC}{2} \frac{dV_B}{dt} \right] + \frac{V_B}{R} = +C \left[\frac{3}{2} \frac{dV_B}{dt} + \frac{RC}{2} \frac{d^2V_B}{dt^2} \right]$$

$$\boxed{\frac{d^2V_B}{dt^2} + \frac{dV_B}{dt} \cdot 5 \left[\frac{1}{RC} \right] + \frac{4}{R^2C^2} V_B = \frac{E}{R^2C^2}} \quad (b)$$

$$(a) - (b) \Rightarrow \frac{d^2V_{AB}}{dt^2} + \frac{5}{RC} \frac{dV_{AB}}{dt} + \frac{4}{R^2C^2} V_{AB} = 0$$

5) Equadiff linéaire du second ordre homogène

$$\Rightarrow \text{polynôme caractéristique } \lambda^2 + \frac{5}{RC} \lambda + \frac{4}{R^2C^2} = 0$$

$$A = \frac{4}{R^2C^2} > 0 \Rightarrow \text{régime aperiodique.}$$

$$\lambda_1 = \frac{-5/RC + 3/RC}{2} \quad \lambda_2 = \frac{-5/RC - 3/RC}{2} = -\frac{4}{RC}$$

$$= -\frac{1}{RC}$$

$$V_{AB} = A_1 e^{-t/RC} + A_2 e^{-4t/RC}$$

----- C.I. -----

(6)