

**Programme de colles: semaine 3.  
semaine débutant le 2 octobre.**

**Question de cours:**

(une parmi les preuves suivantes):

- Formule et preuve de  $a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$
- Formule et preuve de  $\sum_{k=m}^n a_{k+1} - a_k = a_{n+1} - a_m$
- Formule et preuve de  $\sum_{k=m}^n q^k = \frac{q^m(1 - q^{n-m+1})}{1 - q}$  pour  $q \neq 1$ .
- Binôme de Newton (par récurrence)

Cette semaine, tout le chapitre sur le calcul algébrique.

- Raisonnement par l'absurde, contraposée, raisonnement par équivalence.
- Raisonnement par récurrence simple ou forte.
- Sommes:

– définition de somme, linéarité, changement d'indice.

–  $\sum_{i \in I} a = na$  avec  $n$  le nombre d'éléments de  $I$ .

–  $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ .

–  $\sum_{k=m}^n q^k = \frac{q^m(1 - q^{n-m+1})}{1 - q}$  avec  $q \neq 1$ .

–  $a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$ .

–  $\sum_{k=m}^n (a_{k+1} - a_k) = a_{n+1} - a_m$  (somme télescopique)

–  $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ .

– Définition de somme double, permutation des deux signes somme.

- Produits:

- Définition, produit de deux produits, changement d'indice.

- $\prod_{i \in I} a = a^n$  avec  $n$  le nombre d'éléments de  $I$

- $\prod_{i=m}^n \frac{a_{i+1}}{a_i} = \frac{a_{n+1}}{a_m}$ .

- $\prod_{i=1}^n k = n!$

- Définition du coefficient binomial

- Binôme de Newton et triangle de Pascal.