

Programme de colles: semaine 19.

Question de cours:

- a est une racine de multiplicité m de P ssi $P^{(k)}(a) = 0$ pour tout $k \in \llbracket 0, m-1 \rrbracket$ et $P^{(m)}(a) \neq 0$.
- intégrité de $\mathbb{K}[X]$ + si α racine de $P \in \mathbb{R}[X]$ alors $\bar{\alpha}$ est aussi racine de P .
- Déterminer les polynômes P tels que $P(X+1) = P(X)$.

Au programme: Les polynômes. Nous avons fini le chapitre et traiter le cas de la décomposition en éléments simples. Ne sont au programme que le cas où les pôles sont simples ou bien le dénominateur est un polynôme de degré 2. Pour le cas général, il faut donner la forme attendue de la décomposition.

Attention: pas de PGCD de polynômes !

1. Définition d'un polynôme comme suite nulle à partir d'un certain rang.
2. Coefficient du produit de deux polynômes.
3. intégrité de $\mathbb{K}[X]$.
4. propriétés du degré.
5. polynôme dérivée: définition et propriétés.
6. Formule de Taylor pour les polynômes.
7. Définition de diviseurs et multiples.
8. division euclidienne
9. définition de polynômes irréductibles.
10. Caractérisation d'une racine par la division euclidienne, cas de deux racines distinctes.
11. Définition de racine multiple.
12. Caractérisation $P(X) = (X - a)^m Q(X)$ avec $Q(a) \neq 0$.
13. Caractérisation avec les dérivées.
14. Polynômes irréductibles sur $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$.
15. Décomposition en facteurs irréductibles sur $\mathbb{C}[X]$ puis sur $\mathbb{R}[X]$.
16. Polynômes scindés.
17. nb de racines comptées avec multiplicité majoré par le degré, égalité dans $\mathbb{C}$ ou si le polynôme est scindé du $\mathbb{R}$.
18. Relation coefficients/racines (seuls a_0 et a_{n-1} sont au programme).
19. Décomposition en éléments simples d'une fraction rationnelle dont les pôles sont simples (on a déjà traité le cas où le dénominateur est un polynôme de degré 2).