Indications du TD 2

1 Raisonner par équivalence

2 Raisonner par équivalence.

3 Raisonner par équivalence.

4 Raisonner par double implication et utiliser le fait que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

5 Remarquer que $x_i \leqslant \max(x_1, \ldots, x_n)$.

6 Majorer le membre de gauche et montrer que ce majorant est strictement inférieur à $2x$.

7 Poser $y = \sqrt{2x+1}$.

8 Raisonner par équivalence pour $x \geqslant -\frac{1}{2}$.

9 Raisonner par l'absurde.

10 Raisonner par l'absurde

11 Supposer $r = 0$ puis $r \neq 0$.

12 Utiliser la quantité conjuguée

13 Raisonner par l'absurde puis par équivalence.

14 Énoncer la contraposée.

15 Supposer $a \neq 0$ et trouver deux images de signes opposés.

16 Montrer la contraposée.

17 Raisonner par récurrence sur n.

18 et 19 Raisonner par récurrence forte sur n.

20 Supposer qu'un tel x existe et regarder ce que cela implique, en gardant en tête le fait que x est alors positif.

21 Supposer que c'est le cas et déterminer la valeur de a.

22 Supposer que c'est le cas et déterminer la fonction constante.

23 Raisonner par équivalence

24 Raisonner par équivalence en remarquant que $\frac{1}{2}(\ln(a) + \ln(b)) = \ln\sqrt{ab}$.

25 Raisonner par double implication et utiliser le fait que $\frac{\ln 2}{\ln 3} \notin \mathbb{Q}$.

26 Démontrer les inégalités les unes après les autres en utilisant les hypothèses de l'énoncé.

27 Faire apparaître un début d'identité remarquable pour écrire $f(x)$ comme la somme des deux carrés.

28 Raisonner par équivalence.

29 Raisonner par équivalence.

30 Commencer par regarder les conditions sur x pour que l'équation ait un sens.

31 Raisonner par l'absurde.

32 Raisonner par l'absurde.

33 Raisonner par l'absurde.

34 Raisonner par l'absurde puis par équivalence.

35 Raisonner par récurrence sur n.

36 Raisonner par récurrence forte sur n.

37 Supposer que c'est le cas et déterminer le polynôme constant.

38 Raisonner par récurrence sur n.

39 Commencer par conjecturer le sens de monotonie puis récurrence.

40 Supposer qu'une telle fonction f existe et montrer qu'elle vaut Id si elle n'est pas la fonction nulle.

41 Supposer que $4m = a^2 - b^2$ et déterminer les valeurs possibles pour a et b.