

### Indications TD3

**6** Faire apparaître une somme géométrique.

**8** Poser  $j = 5n + 3 - k$  puis faire apparaître un quotient de factorielles.

**10** Factoriser par 2 le terme général du premier produit. Pour le second, écrire ce dernier à l'aide du premier.

**12** On pourra remarquer que  $k = \sum_{j=1}^k 1$ .

**13** Couper la somme en deux sommes.

**14** Calculer la première somme et utiliser l'exercice 21

**17** Faites un changement d'indice  $k = i + j$  et utiliser l'exercice 21

**19** Couper la somme en deux sommes doubles puis choisir judicieusement le premier indice sur lequel on somme.

**21** 1. Poser  $a_k = k^3$  et reconnaître une somme télescopique.

2. Écrire  $(k+1)^3 - k^3$  sous la forme d'un polynôme de degré 2.

3. Exprimer  $\sum k^2$  en fonction de  $\sum 1$  et  $\sum k$  grâce aux deux questions précédentes.

**22** Faire apparaître une somme télescopique.

**23** Cette fois-ci c'est un produit télescopique.

**24** Factoriser pour reconnaître la formule du binôme de Newton.

**25** À un terme près, on sait ce que vaut cette somme.

**28** Commencer par exprimer  $\alpha_{n-1}$  en fonction de  $\alpha_0, \dots, \alpha_{n-2}$  en scindant la somme qui définit  $\alpha_n$ .

**29** Remarquer que  $\sum_{0 \leq 2k \leq n} 2 \binom{n}{2k} = \sum_{j=1}^n \binom{n}{j} (1 + (-1)^j)$ .

**30** On reconnaît une somme géométrique.

**31** C'est une succession de puissances (négatives) de 10.

**32** Enlever les termes extrêmes pour pouvoir sommer les sommes.

**33** Poser  $j = 2n - 4 + k$  puis faire apparaître un quotient de factorielles.

**34** Couper la somme en deux sommes.

**35** Scinder la somme en deux puis poser  $k = i + j$ .

**36** Si vous savez faire le max, vous savez faire le min!

**38** Faire apparaître une somme télescopique.

**39** Faire apparaître deux produits télescopiques.

**40** Encore une somme télescopique.

**41** À un terme près...

**42** Vous avez un crayon? Il suffit de l'écrire !

**45** 1. Exprimer les coefficients binomiaux avec des factorielles et réduire au même dénominateur.

2. Utiliser la question précédente pour faire reconnaître une somme télescopique.

**2** Raisonner par récurrence sur  $n$ .

**47** Utiliser une méthode similaire à celle de l'exercice 10

**50** Faire apparaître non pas une mais DEUX sommes télescopiques !