Indications

1 Raisonner par équivalence.

3 Étudier l'équation $f(x)=a$.

4 On peut se souvenir qu'une application corestreinte à son image est surjective.

4
1. Montrer que l'équation $f(x)=y$ admet parfois 2 solutions et parfois aucune.
2. Montrer que l'équation $f(x)=y$ admet au moins une solution si y dans $[-1,1]$.
3. Montrer que pour tout y dans $[-1,1]$, l'équation $f(x)=y$ admet une unique solution dans $[-1,1]$.
4. Dériver f.

4 Résoudre l'équation $f(x)=a$ par disjonction de cas, en remarquant que x et a sont toujours de même signe.

5 Revenir à la définition de injective et surjective.

5 Étudier un antécédent de 0.

5 Écrire $h^n=h\circ h^{n-1}=h^{n-1}\circ h$ et utiliser le résultat vu en cours.

5 Raisonner par double implication.

5 Raisonner par double inclusion.

6 Procéder par équivalence pour les deux égalités.

6 Une petite étude de fonction?

6 Résolvez le système $f(n,m)=(a,b)$.

6 Déterminer pour quelles valeurs de a l'équation $f(x)=a$ admet une unique solution et donner, quand elle existe, l'expression de la solution en fonction de a.

6 Étudier l'équation $f(x,y)=(a,b)$ et montrer qu'elle admet une unique solution (que vous exprimerez en fonction de a et b).

6 Étudier l'équation $f(z,z')=(a,b)$ et exprimer son unique solution en fonction de a et b.

6
1. Montrer que $h(x)=h(y)$ implique $x=y$.
2. Que se passe-t-il si $f=g$?

7 Raisonner par double inclusion pour l'égalité.

7
1. Montrer que le système $f(x,y)=(a,b)$ admet une unique solution.
2. Raisonner par équivalence.

7
1. Penser à l'application qui à un élément associe le singleton.
2. Procéder par disjonction de cas.

7 Utiliser l'exercice 5.