Programme de colles: semaine 2.
semaine démarrant le 23 septembre 2024

Question de cours:(une parmi les preuves suivantes):

- Formule et preuve de $\sum_{k=1}^{n} k$.
- Formule et preuve de $a^n - b^n = (a-b)\sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$
- Formule et preuve de $\sum_{k=m}^{n} a_{k+1} - a_k = a_{n+1} - a_m$
- Formule et preuve de $\sum_{k=m}^{n} q^k = \frac{q^m(1-q^{n-m+1})}{1-q}$ pour $q \neq 1$.
- Formule et preuve du binôme de Newton (par récurrence)
- Calcul de $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cos(kx)$ pour $x \not\equiv 0[\pi]$

Programme :

- Sommes:
  - définition de somme, linéarité, changement d'indice.
  - $\sum_{i \in I} a = na$ avec n le nombre d'éléments de I.
  - $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.
  - $\sum_{k=m}^{n} q^k = \frac{q^m(1-q^{n-m+1})}{1-q}$ avec $q \neq 1$.
  - $a^n - b^n = (a-b)\sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$.
  - $\sum_{k=m}^{n} (a_{k+1} - a_k) = a_{n+1} - a_m$ (somme télescopique)
  - $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
  - Définition de somme double, permutation des deux signes somme.
- Produits:
  - Définition, produit de deux produits, changement d'indice.
  - $\prod_{i \in I} a = a^n$ avec n le nombre d'éléments de I
  - $\prod_{i=m}^{n} \frac{a_{i+1}}{a_i} = \frac{a_{n+1}}{a_m}$.
  - Définition de la factorielle : $\prod_{i=1}^{n} k = n!$
- Définition du coefficient binomial
- Binôme de Newton et triangle de Pascal.