

Indications du TD n5

1 Mettre en facteur $\frac{e^x}{2}$ dans le $\text{sh}(x)$.

2 Mettre en facteur $\ln(x)$.

3 Faire un DL2 du numérateur et du dénominateur.

6 Poser $x = 2 + h$.

9 Passer à la forme exponentielle pour dériver.

15 Faire apparaître un théorème de croissances comparées en exprimant $\tan(x)$ en fonction de $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$.

16 Raisonner par équivalence.

17 Raisonner par équivalence.

18 Trouver deux racines "évidentes" puis montrer que ce sont les seules par une étude de fonctions.

19 1. Remarquer que $\cos \arctan \geq 0$ et utiliser $\cos^2 = \frac{1}{1 + \tan^2}$.

2. Commencer par $x \in [0, \pi]$ puis $x \in [-\pi, 0]$ et généraliser en trouvant $y \in [-\pi, \pi]$ tel que $\cos(x) = \cos(y)$.

3. Commencer par $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ puis $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ puis généraliser en trouvant $y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ tel que $\sin(x) = \sin(y)$.

20 Commencer par $x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ puis généraliser en trouvant $y \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ tel que $\tan(x) = \tan(y)$.

21 Réécrire l'équation pour que chaque membre appartienne à $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ et raisonner par équivalence.

22 Poser $\beta = \arctan 2 + \arctan 3 + \arctan(2 + \sqrt{3})$ et déterminer la valeur de $\tan \beta$ et où vit β .

23 Montrer que $x \geq 0$ puis réécrire l'équation pour que chaque membre appartienne à $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ et raisonner par équivalence.

24 Montrer que $x \geq 0$ et raisonner par équivalence.

25 Raisonner par équivalence.

26 Montrer que $x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ et raisonner par équivalence.

27 Montrer que f est définie sur \mathbb{R} puis simplifier l'expression de sa dérivée afin de montrer que f' est constante sur chaque intervalle où f est dérivable.

30 Utiliser le fait que $\sqrt{x^2} = |x|$ et $e^{-\alpha} = \frac{1}{e^\alpha}$.

35 Faire un DL2 du numérateur et du dénominateur

36 Poser $x = 1 - h$.

37 Faites un DL2 du numérateur et trouver un équivalent du dénominateur

39 Passer à la forme exponentielle pour dériver.

40 Mettre en facteur x et faire un DL en $\frac{1}{x}$.

44 Encadrer $\frac{4}{5}$ et $\frac{5}{13}$ pour montrer que chaque membre appartient à $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ et raisonner par équivalence.

45 Revenir à l'expression de \tan puis utiliser le fait que $\cos \arcsin$ est positif pour écrire $\cos = \sqrt{1 - \sin^2}$.

46 Déterminer pour quelles valeurs de x l'équation est définie puis la réécrire pour que chaque membre appartienne à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ avant de raisonner par équivalence.

47 Montrer que $x \geq 0$ puis réécrire l'équation pour que chaque membre appartienne à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ et raisonner par équivalence.

49 Étudier $x \mapsto 2x\sqrt{1-x^2}$.

50 1. Déterminer l'image de $x \mapsto \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.

2. Montrer que f est égale, à constante près que l'on déterminera, à une fonction connue.

3. Poser $x = \sin u$ et simplifier $f(x)$.

51 Déterminer un équivalent du numérateur et du dénominateur.

52 Déterminer un équivalent du numérateur et du dénominateur.

54 Poser $X = \operatorname{ch}(x)$.

55 Faire une étude de fonction.

57 Couper le \ln en deux

58 Écrire le numérateur sous la forme $2 \sin(a - b)$.

60 Poser $\alpha = \arctan \frac{1}{2} + \arctan \frac{1}{5} + \arctan \frac{1}{8}$ et déterminer la valeur de $\tan \alpha$ et où vit α .

61 1. Montrer que chaque membre appartient à $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ sur lequel \tan est injectif et raisonner par équivalence.

2. Montrer que $x \mapsto \arctan \left(\frac{2x}{1-x^2} \right)$ a la même dérivée que $2 \arctan$.

3. Utiliser le fait que $x \mapsto \arctan \left(\frac{2x}{1-x^2} \right) - 2 \arctan(x)$ est constante sur chaque intervalle où elle est dérivable et déterminer cette constante.

62 Utilisez les résultats l'exercice 19.