

**Programme de colles: semaine 3.**  
**semaine démarrant le 29 septembre 2024**

**Question de cours:**(une parmi les preuves suivantes):

- Formule et preuve de  $\sum_{k=1}^n k$ .
- Formule et preuve de  $a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$
- Formule et preuve de  $\sum_{k=m}^n a_{k+1} - a_k = a_{n+1} - a_m$
- Formule et preuve de  $\sum_{k=m}^n q^k = \frac{q^m(1 - q^{n-m+1})}{1 - q}$  pour  $q \neq 1$ .
- Formule et preuve du binôme de Newton (par récurrence)
- Calcul de  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos(kx)$  pour  $x \neq 0[\pi]$

**Programme :**

- Sommes:
  - définition de somme, linéarité, changement d'indice.
  - $\sum_{i \in I} a = na$  avec  $n$  le nombre d'éléments de  $I$ .
  - $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ .
  - $\sum_{k=m}^n q^k = \frac{q^m(1 - q^{n-m+1})}{1 - q}$  avec  $q \neq 1$ .
  - $a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$ .
  - $\sum_{k=m}^n (a_{k+1} - a_k) = a_{n+1} - a_m$  (somme télescopique)
  - $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ .
  - Définition de somme double, permutation des deux signes somme.
- Produits:
  - Définition, produit de deux produits, changement d'indice.
  - $\prod_{i \in I} a = a^n$  avec  $n$  le nombre d'éléments de  $I$
  - $\prod_{i=m}^n \frac{a_{i+1}}{a_i} = \frac{a_{n+1}}{a_m}$ .
  - Définition de la factorielle :  $\prod_{i=1}^n k = n!$
- Définition du coefficient binomial
- Binôme de Newton et triangle de Pascal.