

Programme de colles: semaine 6. semaine démarrant le 4 novembre

Question de cours:

- Rappeler la définition de arcsin, montrer que arcsin est dérivable et déterminer sa dérivée.
- Rappeler la définition de arccos, montrer que arccos est dérivable et déterminer sa dérivée.
- Rappeler la définition de arctan, montrer que arctan est dérivable et déterminer sa dérivée.
- Montrer que $\forall x > 0$, $\arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$ (démonstration par équivalence en utilisant les formules trigo).
- Définition de ch et sh, variations, limites et équivalents en $\pm\infty$.

Ensemble et applications

- Définition d'ensembles, sous-ensemble.
- Définition de la réunion/l'intersection/le complémentaire.
- Égalité de deux ensembles.
- Définition de la fonction caractéristique d'un sous-ensemble A de E .
- Définition de fonction/image d'un point/antécédent.
- Définition de l'image d'une fonction notée $\text{Im}(f)$ et de l'image directe d'un ensemble $f(A)$.
- Définition de l'image réciproque d'un ensemble noté $f^{-1}(B)$.
- Définition de restriction/corestriction d'une fonction
- Définition de fonction surjective, caractérisation par son image. Traduction géométrique dans le cas d'une fonction de la variable réelle définie dans \mathbb{R} .
- Définition de fonction injective, cas des fonctions strictement monotones.
- Définition de fonction bijective, définition de la bijection réciproque.
- S'il existe g telle que $g \circ f = \text{id}$ et $f \circ g = \text{id}$ alors f bijective et $g = f^{-1}$.
- Si f est bijective, alors f^{-1} aussi et $(f^{-1})^{-1} = f$.
- Définition de bijection induite.
- Monotonie de la réciproque d'une bijection strictement monotone, graphe de f^{-1} .

On a tout le cours les fonctions usuelles et toujours l'introduction des notations de Landau : \sim et $o(\)$. Les élèves doivent être capables de trouver un équivalent simple ou de calculer une limite à l'aide d'équivalents ou de DL_2 . Nous n'avons pas vu les formules de Taylor, nous avons juste donné les DL_2 des fonctions usuelles. L'idée est de commencer à manipuler.

Fonctions usuelles

- Définition de ln comme l'unique solution au pb de Cauchy...

- équation fonctionnelle du \ln , propriétés.
- Définition de e comme unique antécédent de 1 par \ln .
- Définition de la fonction \exp telle que $\exp|_{\mathbb{R}^+}$ soit la bijection réciproque de \ln .
- Propriétés de l'exponentielle.
- Définition de la puissance réelles, propriétés.
- thm de croissances comparées.
- Propriétés des fonctions circulaires, formules trigonométriques, DL_2 en 0.
- Définition et propriétés de \arcsin , \arccos , \arccos .
- Définition et propriétés des fonctions circulaires hyperboliques, relation fondamentale de la trigonométrie hyperbolique.

Attention ! \tanh et les fonctions réciproques de \cosh et \sinh ne sont pas au programme (mais peuvent donner lieu à des exercices détaillés faisant étudier leurs propriétés :-)