

## Programme de colles: semaine 7. semaine démarrant le 11 novembre

### Question de cours:

- Rappeler la définition de arcsin, montrer que arcsin est dérivable et déterminer sa dérivée.
- Montrer que  $\forall x > 0$ ,  $\arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$  (démonstration par équivalence en utilisant les formules trigo).
- Inégalité triangulaire (avec le cas d'égalité)
- Description des racines  $n$ -ièmes de l'unité.

On a tout le cours les fonctions usuelles et toujours l'introduction des notations de Landau :  $\sim$  et  $o(\ )$ . Les élèves doivent être capables de trouver un équivalent simple ou de calculer une limite à l'aide d'équivalents ou de  $DL_2$ . Nous n'avons pas vu les formules de Taylor, nous avons juste donné les  $DL_2$  des fonctions usuelles. L'idée est de commencer à manipuler.

### Fonctions usuelles

- Définition de  $\ln$  comme l'unique solution au pb de Cauchy...
- équation fonctionnelle du  $\ln$ , propriétés.
- Définition de  $e$  comme unique antécédent de 1 par  $\ln$ .
- Définition de la fonction  $\exp$  telle que  $\exp|_{\mathbb{R}^+}$  soit la bijection réciproque de  $\ln$ .
- Propriétés de l'exponentielle.
- Définition de la puissance réelles, propriétés.
- thm de croissances comparées.
- Propriétés des fonctions circulaires, formules trigonométriques,  $DL_2$  en 0.
- Définition et propriétés de arcsin, arccos, arccos.
- Définition et propriétés des fonctions circulaires hyperboliques, relation fondamentale de la trigonométrie hyperbolique.

**Attention !**  $\tanh$  et les fonctions réciproques de  $\cosh$  et  $\sinh$  ne sont pas au programme (mais peuvent donner lieu à des exercices détaillés faisant étudier leurs propriétés :-)

On rajoute le cours sur les complexes :

- Rappels sur les nombres complexes: forme algébrique, définition d'un argument, module.
- Inégalité triangulaire
- formule Euler, Moivre.
- Manipulation fonctions trigonométriques (linéarisation, expression de  $\cos(nx)$  (ou  $\sin(nx)$ ) comme polynôme en  $\cos(x)$  (ou  $\sin(x)$ ).
- Rappel des formules trigo  $\cos(a \pm b)$ ,  $\sin(a \pm b)$  et factorisation de  $\cos p + \cos q$  etc.

- Recherche de racines carrées de nombres complexes.
- Détermination des racines d'un polynôme de degré 2 à coefficients complexes.
- Racines  $n$ -ièmes de l'unité, propriétés.
- Racines  $n$ -ièmes d'un nombre complexe non nul.

La géométrie s'est réduite à peau de chagrin, seule la condition d'alignement de trois points est encore au programme. On va vu comment interpréter des égalités du type  $|z - a| = |z - b|$  et  $|z - \omega| = r$  (et rappeler en début d'année que la multiplication par  $e^{i\theta}$  correspondait à une rotation) mais sans aller plus loin.