


---

**Exercices complémentaires.**

---

**Exercice 1.**

Soit  $z \in \mathbb{C}$  tel que  $|z + 1| < \frac{1}{2}$ , montrer que  $|z^2 + 1| > \frac{3}{4}$ .

**Exercice 2.** 

Soit  $z \in \mathbb{C}$ , montrer que  $|z| \leq |z|^2 + |z - 1|$ .

**Exercice 3.**

Soit  $z \in \mathbb{U}$ , montrer que l'on a  $|z + 1| \geq 1$  ou  $|z^2 + 1| \geq 1$ . Peut-on avoir les deux?

**Exercice 4.**

On considère l'ensemble  $\{|z^3 + 2iz|, z \in \mathbb{C} \text{ tel que } |z| \leq 1\}$ .

1. Montrer que l'ensemble est majoré.
2. Montrer qu'il existe un complexe  $z_0$ ,  $|z_0| \leq 1$ , pour lequel  $|z_0^3 + 3iz_0|$  majore l'ensemble (autrement dit, l'ensemble admet un maximum).