

Indications

- 6** Montrer que f est nulle.
- 7** Déterminer la limite de f en 0^+ .
- 8** Calculer la limite à gauche et à droite en $k \in \mathbb{Z}$.
- 9** Calculer la limite à gauche et à droite en $k \in \mathbb{Z}$.
- 10** Calculer la limite de f en 0.
- 14** Étudier les limites en $\pm\infty$ de la fonction $x \mapsto f(x) - x$.
- 15** Supposer par l'absurde que f n'est pas constante et appliquer le théorème des valeurs intermédiaires.
- 16** Remarquer que f est de signe constant.
- 17** Considérer la fonction $\phi : x \mapsto f(x) - x$.
- 18** Montrer que f admet deux images de signes opposés pour appliquer le théorème des valeurs intermédiaires.
- 19** Montrer qu'elle est bornée sur $[0, T]$.
- 20** Montrer qu'il existe $A > 0$ tel que f soit bornée sur $[0, A]$ et $[A, +\infty[$.
- 21** Utiliser la continuité sur un segment de f pour montrer que la fonction $x \mapsto \int_0^1 (f(t) - f(x))g(t) dt$ s'annule.
- 24** Poser $x = y$ puis trouver une relation de récurrence.
- 25** Établir une relation de récurrence puis montrer que $f(x) = f(0)$.
- 28** Calculer la limite à gauche et à droite de f en $\frac{1}{k}$, $k \in \mathbb{Z}^*$.
- 29** Déterminer la limite à gauche et à droite en $n \in \mathbb{Z}$.
- 30** Calculer la limite de f en 0.
- 31** Calculer la limite de f en 0.
- 32** Déterminer la limite de f en 0.

34 Appliquer le théorème des valeurs intermédiaires entre a et $\frac{a+b}{2}$.

35 Étudier la fonction $x \mapsto f(x) - c$.

36 Montrer que la fonction $h = \frac{f}{g}$ admet un minimum.

37 Utiliser la définition de la limite puis la continuité sur un segment.

38 Montrer que l'ensemble $\{n \in \mathbb{N}, \phi(n) \geq A\}$ est vide ou bien non-vide et fini et, dans ce cas, utiliser son maximum.

39 Commencer par montrer que $\ell \neq 0$ en utilisant l'exercice ??.

40 Revenir à la définition de limite.

41 Montrer que $\lim_{y \rightarrow x^+} f(y) = \lim_{y \rightarrow x^-} f(y) = f(x)$ en utilisant le théorème d'encadrement.

42 On pourra considérer la fonction $g_n : x \mapsto f\left(x + \frac{1}{n}\right) - f(x)$.

47 Pour la première question, montrer que l'ensemble des points fixes de f est non-vide et borné puis montrer que ses bornes sont atteintes en utilisant des suites et la continuité de f .

48 Établir une relation de récurrence pour montrer que $f(x) = f(0)$ ou $f(1)$.