Programme de colles: semaine 15.

Semaine démarrant le 27 janvier

Cette semaine: limite, continuité et dérivation.

Question de cours:

- Si f admet une limite finie l quand x tend vers x_0 alors $l = f(x_0)$.
- Soit $f : [a, b] \to [a, b]$ continue, alors f admet un point fixe.
- Soit $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ continue telle que $f > 0$ alors il existe $\alpha > 0$ tel que $f > \alpha$.
- thm de Rolle (énoncé et preuve)
- Si f est dérivable alors f est lispchitzienne si et seulement si f' est bornée.

Nous avons vu :

- La définition de limite finie/infinie en un point a/∞ avec des quantificateurs.
- Les opérations sur les limites.
- Si $f > a$ alors $\lim f \geqslant a$
- Si $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) > a$ alors il existe un voisinage de x_0 sur lequel $f > a$
- Le thm des gendarmes
- Caractérisation séquentielle, application à montrer qu'une limite n'existe pas.
- thm de la limite monotone.
- Définition de continuité, opérations sur les fonctions continues.
- caractérisation séquentielle de la continuité.
- Image d'un intervalle par une fonction continue, TVI (énoncé avec $f(a)f(b) < 0$).
- Continuité sur un segment
- Continuité de la bijection réciproque
- Prolongement par continuité.
- Définition de dérivable en un point, dérivable sur un intervalle, dérivable à gauche ou à droite.
- Une fonction est dérivable en un point ssi elle admet un DL1 en ce point.
- Signe de la dérivée et monotonie de la fonction.
- Opérations sur les fonctions dérivables.
- Si f est dérivable et admet un extremum local en un point intérieur, alors la dérivée en ce point est nulle.
- thm de la limite de la dérivée.
- Thm de Rolle
- Thm des accroissements finis. Inégalité des accroissements finis.

- Dérivées successives, thm de Leibniz.
- Définition de classe C^p, classe C^∞.
- Fonctions convexes, caractérisation avec la dérivée quand elle existe.

Attention: La convexité se limite à deux points !! pas de convexité avec un barycentre (je sais, c'est dommage !).