

## Réponses du TD n 16

---

**Réponse 3** Soient  $A = \{X\}$ ,  $B = \{2X\}$ , alors  $A \cap B = \emptyset$  donc  $\text{vect}(A \cap B) = \{0\}$  mais  $\text{vect}(A) = \text{vect}(B) = \text{vect}(X)$  ce qui montre que l'inclusion est stricte.

**Réponse 7** 1. On peut prendre l'ensemble des fonctions constantes

2. On peut prendre l'ensemble des multiples de  $x \mapsto x^2 + 1$ .

**Réponse 8** L'ensemble des suites constantes.

**Réponse 9**  $\mathbb{R}_2[X]$ .

**Réponse 13** 1. le vecteur  $(-5, 1, 3)$  engendre une famille génératrice de  $F_1$ .

2. une famille génératrice de  $F_2$  est  $((1, 0, 0, 1), (0, 1, 0, 3), (0, 0, 1, -1))$ .

3. une famille génératrice de  $F_3$  est  $(X^3 - 1)$ .

**Réponse 17**  $F_\alpha \cap F_\beta$  est l'ensemble des polynômes divisible par  $(X - \alpha)(X - \beta)$ .

**Réponse 21** L'ensemble des fonctions affines.

**Réponse 22**  $\mathbb{R}_1[X]$ .

**Réponse 25** 1. l'inclusion est stricte. Prenons par exemple  $F = \text{Vect}(1 + X)$ ,  $G = \text{Vect}(1)$ ,  $H = \text{Vect}(X)$ . Alors  $F \cap G = F \cap H = \{0\}$  mais  $G + H = \mathbb{R}_1[X]$  donc  $F \cap (G + H) = F$ .

2. l'inclusion est stricte. On reprend le même exemple, on a  $F \cap (G + H) = F = \text{Vect}(1 + X)$ ,  $F \cap G = F \cap H = \{0\}$  donc  $(F \cap G) + (F \cap H) = \{0\}$ .