Indications

1 1. poser $u = a + b - x$ 2. Appliquer l'égalité à $f : x \mapsto \dfrac{\sin(x)}{1+\cos^2(x)}$.

2 Diviser par f et intégrer entre 0 et ± 1.

3 Considérer une primitive de F et dériver la fonction constante.

4 1.Majorer l'intégrale à l'aide d'un majorant de f.
2.Faire une intégration par parties.

5 Étudier l'intégrale de la fonction $t \mapsto |f(t)| - f(t)$.

6 Poser $\varphi = f - id$ et calculer l'intégrale de φ.

7 1. utiliser la linéarité de l'intégrale. 2. utiliser la stricte positivité de l'intégrale.

8 Trouver f telle que la somme soit égale à $\dfrac{1}{n}\sum f\left(\dfrac{k}{n}\right)$.

9 Trouver f telle que la somme soit égale à $\dfrac{1}{n}\sum f\left(\dfrac{k}{n}\right)$.

10 Passer au ln.

11 1. Poser $u = -t$.

3. Appliquer le théorème des accroissements finis pour encadrer l'intégrale.

12 1. Poser $u = -t$.

3. Dériver f puis utiliser le théorème des accroissements finis pour calculer la limite en $+\infty$.

13 1. Développer $\sin(x - t)$ avant de dériver.

2. Dériver à nouveau en utilisant la forme développée.
3. Ressortir son cours sur les équations différentielles.

14 Expliciter le majorant dans Taylor-Lagrange pour trouver à quel ordre appliquer la formule.

15 Appliquer Taylor-Lagrange à l'ordre 1 puis à l'ordre 3.

16 Appliquer Taylor-Lagrange entre a et x puis entre $-a$ et x.

17 1. Prendre un papier et un crayon.

2. Faire une intégration par parties.
3. Utiliser le théorème de la limite monotone.
4. Raisonner par récurrence en utilisant la question 2.

18 Encadrer $\dfrac{1}{1+t}$ pour $t \in [0, 1]$.

19 Minorer $1 + x^2$ par 1.

20 Appliquer le théorème des accroissements finis à une primitive de f.

21 Considérer la fonction $(f - M)(f - m)$.

22 1. Faire une intégration par parties.

2. Utiliser que $\forall n, I_n > 0$.
3. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{(n+1)I_n}{e}$ en utilisant l'égalité de la question 1.
4. Montrer que $D_n = n!|a - I_0|$ par récurrence.

23 1. Montrer que le quotient de $\displaystyle\int_a^b f(t)g(t)\,\mathrm{d}t$ par $\displaystyle\int_a^b g(t)\,\mathrm{d}t$ est un élément de $\mathrm{Im}(f)$.

2. Utiliser la question précédente.

24 Trouver f telle que la somme soit égale à $\dfrac{1}{n}\sum f\left(\dfrac{k}{n}\right)$.

25 Trouver f telle que la somme soit égale à $\dfrac{1}{n}\sum f\left(\dfrac{k}{n}\right)$.

26 Passer au ln.

27 1. Pour les limites, minorer $t \mapsto \dfrac{e^t}{t}$ en différenciant le cas $x < 1$ et $x > 1$.

2. Remarquer que $\displaystyle\int_1^x \frac{\mathrm{d}t}{t} = \ln(x)$.

28 1. Traiter $x < 1$ puis $x \geqslant 1$.

2. Poser $u = \dfrac{1}{t}$.

3. Faire une intégration par parties.

4. Calculer sa limite en 0.

29 2. Utiliser le théorème des accroissements finis pour $x > 0$ et $x < 0$.

30 1. Dériver

2. Utiliser la croissance de f et de l'intégrale.

3. Faire une intégration par parties.

4. Calculer la limite de son logarithme en utilisant les deux questions précédentes.

31 Utiliser la continuité sur un segment puis minorer I_n par l'intégrale de f sur un voisinage de son maximum.

33 Calculer la limite de $\dfrac{1}{n^{\alpha+1}} \sum k^\alpha$.

34 Considérer $g : x \mapsto e^{-kx} \displaystyle\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t$.

35 Utiliser la définition de limite et couper l'intégrale en deux.

36 1. Appliquer Taylor-Lagrange entre u et $u+\alpha$. 2. Former le taux d'accroissement de f.

37 1. Appliquer Taylor-Lagrange entre x et h. 2.Exprimer $f'(x)$ à l'aide de $hf'(x) - f(x+h) + f(x)$. 3. prendre $h = 1$.