

Réponses

Réponse 3 $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(X^2 - 1), \frac{1}{\sqrt{38}}(X^2 + 6X + 1), \frac{1}{\sqrt{19}}(3X^2 - X + 3)\right)$

Réponse 10 $G^\perp = \text{Vect}((1, 2, -1, 1))$

Réponse 11 L'orthogonal des matrices diagonales est l'ensemble des matrices de diagonale nulle.

L'orthogonal des matrices symétriques est l'ensemble des matrices antisymétriques.

Réponse 12 $H^\perp \subset \{0\}$

Réponse 14 $d(x, F) = \sqrt{\frac{6}{5}}$

Réponse 15 1. $F^\perp = \text{vect}(u, v)$ avec $u = (1, -1, 1)$ et $v = (1, 1, 2)$.

2. $Mat_B(s) = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 2 & 3 & -6 \\ 3 & -6 & -2 \\ -6 & -2 & -3 \end{pmatrix}$

Réponse 16 1.

2. (a) On a $P_j(a_k) = \delta_{jk}$

(b)

3. $d(Q, H) = \frac{\left| \sum_{k=0}^n Q(a_k) \right|}{\sqrt{n+1}}$.

Réponse 17 1. $F^\perp = \text{Vect} \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)$

2. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Réponse 19 $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1), \frac{1}{\sqrt{6}}(1, -2, 1), \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, -1)\right)$

Réponse 20 Cauchy-Schwarz appliqué à (x, y, z) et $(1, 2, 3)$.

Réponse 21 $x = \left(\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \dots, \binom{n}{n}\right)$ et $y = (1, \dots, 1)$

Réponse 22 1. $\dim(F) = n^2 - 1$.

2. $F^\perp = \text{Vect}(I_n)$

Réponse 24 $Mat_B(p) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

Réponse 25 $Mat_B(s) = \frac{1}{15} \begin{pmatrix} -14 & 2 & 5 \\ 2 & -11 & 10 \\ 5 & 10 & 10 \end{pmatrix}$

Réponse 26 1. Le supplémentaire orthogonal est l'ensemble des matrices antisymétriques

2. $\sqrt{18}$

Réponse 27 $k > -1$

Réponse 30 2. $\|v\|^2 = \sum_{i \neq j} a + n$

3. $N \geq n - 1$.