

## 1 Vrai/faux sur les équivalents

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses?

---

**affirmation 5.** si  $u_n \sim_{v_n}$  et  $v_n \rightarrow 0$ , alors  $e^{u_n} \sim_e^{v_n}$ .

**affirmation 1.** Si  $u_n \sim_{n \rightarrow +\infty} v_n$  et  $w_n \sim_{n \rightarrow +\infty} z_n$ , alors  $u_n + w_n \sim_{n \rightarrow +\infty} v_n + z_n$ .

---

---

**affirmation 6.** Si  $u_n \sim v_n$ , alors les deux suites sont de même signe à partir d'un certain rang.

**affirmation 2.** si  $u_n \sim_{v_n}$  et  $v_n \rightarrow +\infty$ , alors  $\ln(u_n) \sim_{\ln}(v_n)$ .

---

---

**affirmation 7.** Si  $u_n \equiv v_n$ , alors les deux suites admettent la même limite

**affirmation 3.** si  $u_n \sim_{v_n}$  et  $v_n \rightarrow 0$ , alors  $\ln(u_n) \sim_{\ln}(v_n)$ .

---

---

**affirmation 8.** Si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ , alors  $u_n \sim_{v_n}$ .

**affirmation 4.** si  $u_n \sim_{v_n}$  et  $v_n \rightarrow +\infty$ , alors  $e^{u_n} \sim_e^{v_n}$ .

---

## 2 Solutions du Vrai/Faux équivalents

---

**affirmation 9.** Si  $u_n - v_n \rightarrow 0$ , alors  $u_n \sim v_n$ .

---

### Correction 1

FAUX. Considérons par exemple  $u_n = n + 1$ ,  $v_n = n$  et  $w_n = -n$ ,  $z_n = -n - 1$ .

---

### Correction 2

VRAI, on a écrit  $u_n = v_n + o(v_n)$  puis

$$\ln(u_n) = \ln(v_n + o(v_n)) = \ln(v_n) + \ln(1 + o(1)) \sim \ln(v_n),$$

car  $\ln(v_n) \rightarrow +\infty$ .

---

### Correction 3

VRAI, on a écrit  $u_n = v_n + o(v_n)$  puis

$$\ln(u_n) = \ln(v_n + o(v_n)) = \ln(v_n) + \ln(1 + o(1)) \sim \ln(v_n),$$

car  $\ln(v_n) \rightarrow -\infty$ .

---

#### Correction 4

FAUX. Par exemple  $u_n = n + 1$  et  $v_n = n$ .

---

$$u_n = v_n = (-1)^n.$$

---

#### Correction 8

FAUX, prenons par exemple  $u_n = n$  et  $v_n = n^2$ . C'est vrai si on suppose que leur limite est réelle ET non nulle.

---

#### Correction 5

VRAI car  $\lim_{n \rightarrow +\infty} e^{u_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{v_n} = 1$ .

---

#### Correction 9

FAUX, prenons par exemple  $u_n = \frac{1}{n}$  et  $v_n = \frac{1}{n^2}$ . C'est vrai si on suppose aussi  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \infty$ .

---

#### Correction 6

VRAI car à partir d'un certain rang, le quotient des deux suites est compris (par exemple) entre  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{3}{2}$  donc positif.

---

#### Correction 7

FAUX, il faut supposer que l'une des deux suites admet une limite! Prenons