

## Indications du TD 2

**Indication 1** Raisonner par double implication et utiliser le fait que  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ .

**Indication 2** Remarquer que  $x_i \leq \max(x_1, \dots, x_n)$ .

**Indication 3** Majorer le membre de gauche et montrer que ce majorant est strictement inférieur à  $2x$ .

**Indication 4** Supposer qu'un tel  $x$  existe et regarder ce que cela implique, en gardant en tête le fait que  $x$  est alors positif.

**Indication 5** Supposer que c'est le cas et déterminer la valeur de  $a$ .

**Indication 6** Supposer que c'est le cas et déterminer la fonction constante.

**Indication 8** Raisonner par l'absurde.

**Indication 9** Raisonner par l'absurde

**Indication 10** Supposer  $r = 0$  puis  $r \neq 0$ .

**Indication 11** Utiliser la quantité conjuguée

**Indication 12** Raisonner par l'absurde puis par équivalence.

**Indication 13** Énoncer la contraposée.

**Indication 14** Supposer  $a \neq 0$  et trouver deux images de signes opposés.

**Indication 15** Raisonner par équivalence

**Indication 16** Raisonner par équivalence.

**Indication 17** Poser  $y = \sqrt{2x+1}$ .

**Indication 18** Raisonner par équivalence pour  $x \geq -\frac{1}{2}$ .

**Indication 19** Raisonner par récurrence sur  $n$ .

**Indication 20 et 19** Raisonner par récurrence forte sur  $n$ .

**Indication 22** Raisonner par équivalence

**Indication 23** Raisonner par équivalence en remarquant que  $\frac{1}{2}(\ln(a) + \ln(b)) = \ln \sqrt{ab}$ .

**Indication 24** Raisonner par double implication et utiliser le fait que  $\frac{\ln 2}{\ln 3} \notin \mathbb{Q}$ .

**Indication 25** Démontrer les inégalités les unes après les autres en utilisant les hypothèses de l'énoncé.

**Indication 26** Faire apparaître un début d'identité remarquable pour écrire  $f(x)$  comme la somme des deux carrés.

**Indication 27** Raisonner par équivalence.

**Indication 28** Raisonner par équivalence.

**Indication 29** Commencer par regarder les conditions sur  $x$  pour que l'équation ait un sens.

**Indication 30** Raisonner par l'absurde.

**Indication 31** Raisonner par l'absurde.

**Indication 32** Raisonner par l'absurde.

**Indication 33** Raisonner par l'absurde puis par équivalence.

**Indication 34** Raisonner par récurrence sur  $n$ .

**Indication 35** Raisonner par récurrence forte sur  $n$ .

**Indication 36** Supposer que c'est le cas et déterminer le polynôme constant.

**Indication 37** Raisonner par récurrence sur  $n$ .

**Indication 38** Commencer par conjecturer le sens de monotonie puis récurrence.

**Indication 39** Supposer qu'une telle fonction  $f$  existe et montrer qu'elle vaut Id si elle n'est pas la fonction nulle.

**Indication 40** Supposer que  $4m = a^2 - b^2$  et déterminer les valeurs possibles pour  $a$  et  $b$ .

**Indication 41** utiliser que  $\frac{u^2 + v^2}{2u} \geq 1$

**Indication 42** Raisonner par double implication et contraposée.