

Réponses du TD n4

Réponse 4 1. On a

- $f([-3, -1]) = [1, 9]$,
- $f([-2, 1]) = [0, 4]$,
- $f([-3, -1] \cup [-2, 1]) = [0, 9]$ et
- $f([-3, -1] \cap [-2, 1]) = [1, 4]$.

2. On a

- $f^{-1}([-\infty, 2]) = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$
- $f^{-1}([1, +\infty[) =]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$,
- et $f^{-1}([-\infty, 2] \cap [1, +\infty[) = [-\sqrt{2}, -1] \cup [1, \sqrt{2}]$.
- $f^{-1}([-\infty, 1] \cup [2, +\infty[) =]-\infty, -\sqrt{2}] \cup [-1, 1] \cup [\sqrt{2}, +\infty[$.

Réponse 5 1. non injective, non surjective.

2. injective, non surjective.

3. non injective, non surjective.

Réponse 6 bijective.

Réponse 7 f est bijective et $f^{-1} = f$

Réponse 8 $\tilde{f}^{-1} : \begin{cases} [2, +\infty[& \longrightarrow & [2, +\infty[\\ x & \longmapsto & 2 + \sqrt{x^2 - 4} \end{cases}$.

Réponse 9 1. ni surjective ni injective.

2. $f(\mathbb{R}) = [-1, 1]$.

3.

4. f est strictement croissante sur $[-1, 1]$ et $f([-1, 1]) = [-1, 1]$

Réponse 10 1.

2. Si $y \in]-1, 1[$, l'unique antécédent de y par f est $\frac{y}{1-|y|}$.

Réponse 19 $f^{-1}([0, +\infty[) = \mathbb{R}$, $f^{-1}([-\infty, -3]) = \emptyset$ et $f^{-1}([-2, 4]) = \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$.

Réponse 20 $f([0, 1]) = \left[\frac{1}{2}, 1\right]$, $f([-3, 1]) = \left[\frac{1}{10}, 1\right]$ et $f^{-1}\left(\left[\frac{1}{4}, 1\right]\right) =]-\sqrt{3}, \sqrt{3}[$.

Réponse 21 f_1 bijective, f_2 surjective non injective, f_3 bijective.

Réponse 22 oui

Réponse 23 $\left[-\frac{1}{en}, +\infty\right[$

Réponse 24 f non surjective, injective. g surjective non injective, $g \circ f = id_{\mathbb{N}}$ et $f \circ g \neq id_{\mathbb{N}}$.

Réponse 25 f non surjective et injective.

Réponse 26 $h^{-1} : \begin{cases} \mathbb{R} \setminus \{2\} & \longrightarrow & \mathbb{R} \setminus \{3\} \\ x & \longmapsto & \frac{5+2x}{x-3} \end{cases}$.

Réponse 27 $f^{-1} : (x, y) \mapsto \left(\sqrt{xy}, \sqrt{\frac{x}{y}}\right)$

Réponse 28 $f^{-1} : (z, z') \mapsto \left(\frac{z+z'}{5}, \frac{3z-2z'}{5}\right)$.

Réponse 29 1.

2. non

Réponse 30 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$ et $A = \mathbb{R}_+^*$, $B = \mathbb{R}_-^*$

Réponse 31 $f(\Delta) = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2, 4a + 5b = 7\}$ et $f^{-1}(\Delta) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 4x - y = 1\}$.