

## Programme de colles: semaine 2. semaine démarrant le 22 septembre 2024

**Question de cours:**(une parmi les preuves suivantes):

- Montrer que tout nombre entier supérieur ou égal à 2 est divisible par un nombre premier (récurrence forte)
- Montrer que toute fonction dérivable s'écrit comme la somme d'une fonction affine et d'une fonction qui s'annule en 0 et dont la dérivée s'annule en 0
- Formule et preuve de  $a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$
- Formule et preuve de  $\sum_{k=m}^n q^k = \frac{q^m(1 - q^{n-m+1})}{1 - q}$  pour  $q \neq 1$ .
- Formule et preuve du binôme de Newton (par récurrence)

### Programme :

- Logique:  
implication, raisonnement par l'absurde, contraposée, raisonnement par équivalence, récurrence, récurrence forte, analyse synthèse.
- Sommes:
  - définition de somme, linéarité, changement d'indice.
  - $\sum_{i \in I} a = na$  avec  $n$  le nombre d'éléments de  $I$ .
  - $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ .
  - $\sum_{k=m}^n q^k = \frac{q^m(1 - q^{n-m+1})}{1 - q}$  avec  $q \neq 1$ .
  - $a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$ .
  - $\sum_{k=m}^n (a_{k+1} - a_k) = a_{n+1} - a_m$  (somme télescopique)
  - $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ .
  - Définition de somme double, permutation des deux signes somme.
- Produits:
  - Définition, produit de deux produits, changement d'indice.
  - $\prod_{i \in I} a = a^n$  avec  $n$  le nombre d'éléments de  $I$
  - $\prod_{i=m}^n \frac{a_{i+1}}{a_i} = \frac{a_{n+1}}{a_m}$ .
  - Définition de la factorielle :  $\prod_{i=1}^n k = n!$
- Définition du coefficient binomial
- Binôme de Newton et triangle de Pascal.