Programme de colles: semaine 3.
semaine démarrant le 29 septembre

Question de cours:(une parmi les preuves suivantes):

- Formule et preuve de $a^n - b^n = (a-b)\sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$
- Formule et preuve du binôme de Newton (par récurrence)
- Calcul de $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cos(kx)$ pour $x \not\equiv 0[\pi]$
- La composée de deux fonctions injectives est injective+ réciproque partielle
- La composée de deux fonctions surjectives est surjective+ réciproque partielle.

On colle encore sur le calcul algébrique et on rajoute le début du chapitre sur ensemble et application (premier TD sur les fonctions lundi). Nous n'avons pas fini le chapitre. Pas de bijection réciproque ni de bijection déduite de l'existence d'un inverse à gauche et à droite. Attention: le cours sur les fonctions usuelles arrive juste après, nous n'avons donc pas défini la puissance réelle ni rappelé les propriétés des fonctions trigo, exponentielle etc.

Calcul algébrique:

- Sommes:
  - définition de somme, linéarité, changement d'indice.
  - $\sum_{i \in I} a = na$ avec n le nombre d'éléments de I.
  - $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.
  - $\sum_{k=m}^{n} q^k = \frac{q^m(1-q^{n-m+1})}{1-q}$ avec $q \neq 1$.
  - $a^n - b^n = (a-b)\sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$.
  - $\sum_{k=m}^{n} (a_{k+1} - a_k) = a_{n+1} - a_m$ (somme télescopique)
  - $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
  - Définition de somme double, permutation des deux signes somme.
- Produits:
  - Définition, produit de deux produits, changement d'indice.
  - $\prod_{i \in I} a = a^n$ avec n le nombre d'éléments de I
  - $\prod_{i=m}^{n} \frac{a_{i+1}}{a_i} = \frac{a_{n+1}}{a_m}$.

- Définition de la factorielle : $\prod_{i=1}^{n} k = n!$

- Définition du coefficient binomial
- Binôme de Newton et triangle de Pascal.

Ensemble et applications

- Définition d'ensembles, sous-ensemble.
- Définition de la réunion/l'intersection/le complémentaire.
- Égalite de deux ensembles.
- Définition de la fonction caractéristique $\mathbb{1}_A$ d'un sous-ensemble A de E.
- Définition de fonction/image d'un point/antécédent.
- Définition de l'image d'une fonction notée $\mathrm{Im}(f)$ et de l'image directe d'un ensemble $f(A)$.

- Définition de l'image réciproque d'un ensemble noté $f^{-1}(B)$.
- Définition de restriction/corestriction d'une fonction
- Définition de fonction surjective, caractérisation par son image. Traduction géométrique dans le cas d'une fonction de la variable réelle définie dans $\mathbb{R}$.
- Définition de fonction injective, cas des fonctions strictement monotones.
- Définition de fonction bijective
- Définition de bijection induite.

Attention: continue+ injective implique strictement monotone n'est pas un résultat au programme.