Indications du TD n5

Indication 1 Mettre en facteur $\frac{e^x}{2}$ dans le $\mathrm{sh}(x)$.

Indication 2 Mettre en facteur $\ln(x)$.

Indication 3 Faire un DL2 du numérateur et du dénominateur.

Indication 6 Poser $x = 2 + h$.

Indication 9 Passer à la forme exponentielle pour dériver.

Indication 15 Faire apparaître un théorème de croissances comparées en exprimant $\tan(x)$ en fonction de $\tan\left(\frac{x}{2}\right)$.

Indication 16 Raisonner par équivalence.

Indication 17 Raisonner par équivalence.

Indication 18 Trouver deux racines "évidentes" puis montrer que ce sont les seules par une étude de fonctions.

Indication 19

1. Remarquer que $\cos\arctan \geqslant 0$ et utiliser $\cos^2 = \frac{1}{1+\tan^2}$.
2. Commencer par $x \in [0,\pi]$ puis $x \in [-\pi, 0]$ et généraliser en trouvant $y \in [-\pi,\pi]$ tel que $\cos(x) = \cos(y)$.
3. Commencer par $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ puis $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ puis généraliser en trouvant $y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ tel que $\sin(x) = \sin(y)$.

Indication 20 Commencer par $x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ puis généraliser en trouvant $y \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ tel que $\tan(x) = \tan(y)$.

Indication 21 Réécrire l'équation pour que chaque membre appartienne à $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ et raisonner par équivalence.

Indication 22 Poser $\beta = \arctan 2 + \arctan 3 + \arctan(2+\sqrt{3})$ et déterminer la valeur de $\tan\beta$ et où vit β.

Indication 23 Montrer que $x \geqslant 0$ puis réécrire l'équation pour que chaque membre appartienne à $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ et raisonner par équivalence.

Indication 24 Montrer que $x \geqslant 0$ et raisonner par équivalence.

Indication 25 Raisonner par équivalence.

Indication 26 Montrer que $x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ et raisonner par équivalence.

Indication 27 Montrer que f est définie sur $\mathbb{R}$ puis simplifier l'expression de sa dérivée afin de montrer que f' est constante sur chaque intervalle où f est dérivable.

Indication 30 Utiliser le fait que $\sqrt{x^2} = |x|$ et $e^{-\alpha} = \frac{1}{e^{\alpha}}$.

Indication 35 Faire un DL2 du numérateur et du dénominateur

Indication 36 Poser $x = 1 - h$.

Indication 37 Faites un DL2 du numérateur et trouver un équivalent du dénominateur

Indication 39 Passer à la forme exponentielle pour dériver.

Indication 40 Mettre en facteur x et faire un DL en $\frac{1}{x}$.

Indication 44 Encadrer $\frac{4}{5}$ et $\frac{5}{13}$ pour montrer que chaque membre appartient à $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ et raisonner par équivalence.

Indication 45 Revenir à l'expression de tan puis utiliser le fait que $\cos\arcsin$ est positif pour écrire $\cos = \sqrt{1-\sin^2}$.

Indication 46 Déterminer pour quelles valeurs de x l'équation est définie puis la réécrire pour que chaque membre appartienne à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ avant de raisonner par équivalence.

Indication 47 Montrer que $x \geqslant 0$ puis réécrire l'équation pour que chaque membre appartienne à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ et raisonner par équivalence.

Indication 49 1.Étudier $x \mapsto 2x\sqrt{1-x^2}$.
2. reconnaître la dérivée.

Indication 50

1. Déterminer l'image de $x \mapsto \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.
2. Montrer que f est égale à une fonction connue.
3. Poser $x = \sin u$ et retrouver l'expression de $f(x)$.

Indication 51 Déterminer un équivalent du numérateur et du dénominateur.

Indication 52 Déterminer un équivalent du numérateur et du dénominateur.

Indication 54 Poser $X = \mathrm{ch}(x)$.

Indication 55 Faire une étude de fonction.

Indication 57 Couper le ln en deux

Indication 58 Écrire le numérateur sous la forme $2\sin(a-b)$.

Indication 60 Poser $\alpha = \arctan\frac{1}{2} + \arctan\frac{1}{5} + \arctan\frac{1}{8}$ et déterminer la valeur de $\tan\alpha$ et où vit α.

Indication 61

1. Montrer que chaque membre appartient à $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ sur lequel tan est injectif et raisonner par équivalence.
2. Montrer que $x \mapsto \arctan\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ a la même dérivée que $2\arctan$.
3. Utiliser le fait que $x \mapsto \arctan\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) - 2\arctan(x)$ est constante sur chaque intervalle où elle est dérivable et déterminer cette constante.

Indication 62 Utilisez les résultats l'exercice 19.