

Réponses du TD n5

Réponse 1 $\ln(\operatorname{sh}(x)) \sim_0 +\infty x$

Réponse 2 $x \ln(x+1) - (x+1) \ln(x) \sim_0 +\infty -\ln(x)$

Réponse 3 0

Réponse 4 $\frac{\ln(1+x^2) + \sin(x) - \tan(x)}{e^x - \cos(x)} \sim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x} \sim x$.

Réponse 5 $\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) \sim_{+\infty} \frac{1}{x}$.

Réponse 6 $\ln(x) = \ln(2) + \frac{(x-2)}{2} - \frac{(x-2)^2}{8} + o_{x \rightarrow 2}((x-2)^2)$.

Réponse 7 $\frac{1}{1 + \sin(x)} = 1 - x + o_{x \rightarrow 0}(x)$ et $e^{e^x} = e + ex + o_{x \rightarrow 0}(x)$

Réponse 8 La fonction est définie en dehors de $[-2, 0]$, elle est décroissante sur $] -\infty, -2[$, décroissante sur $[0, \sqrt{2}]$ puis croissante.

Réponse 10 1.

Réponse 11 1.

Réponse 12 0

Réponse 13 $+\infty$

Réponse 14 $-\frac{1}{2} \ln^2(x) e^{-2x}$

Réponse 15 1

Réponse 16 1 et 4.

Réponse 17 $x = 1 - \ln 2$

Réponse 18 $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$

Réponse 19 1. $\forall x \in \mathbb{R}, \cos \arctan(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.

2. $\cos \arccos(x) = \begin{cases} x + 2n\pi & \text{si } x + 2n\pi \in [0, \pi] \\ -(x + 2n\pi) & \text{si } x + 2n\pi \in [-\pi, 0] \end{cases}$

$$3. \sin \arcsin(x) = \begin{cases} x + 2n\pi & \text{si } x + 2n\pi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \\ (1 - 2n)\pi - x & \text{si } x + 2n\pi \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \end{cases}$$

Réponse 20 Si $x + n\pi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, on a $\arctan \tan(x) = x + n\pi$

Réponse 21 l'égalité est vraie pour tout $x \in [0, 1]$

Réponse 22 $\frac{7\pi}{6}$

Réponse 23 $x = \frac{1}{2}$

Réponse 24 $\frac{1}{\sqrt{5}}$

Réponse 25 Les solutions sont donc 0 et $\pm\sqrt{3}$

Réponse 26 0.

$$\text{Réponse 27 } f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} & \text{si } x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \\ \frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} & \text{si } x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \end{cases}$$

Réponse 28 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x) - x + \frac{x^3}{3}}{x^3} = 0$

Réponse 29 $2\sqrt{x}$

Réponse 30 $\forall x \geq 1, \operatorname{ch}(\ln(x + \sqrt{x^2 - 1})) = x$

Réponse 31 $\ln(2 \pm \sqrt{3})$

Réponse 32 $x = 0$ et $x = -\ln(5)$

Réponse 33 Définies sur \mathbb{R} .

Réponse 34 Croissante de -1 à 1 , s'annule en 0 .

Réponse 35 0

Réponse 36 $\frac{1-x^2}{x} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \sim_{x \rightarrow 1} -2(1-x) \ln(1-x)$

Réponse 37 0

Réponse 38 $(e^{\sin(x)} - 1)^2 = x^2 + o_{x \rightarrow 0}(x^2)$ et $\ln(1 + 2 \tan(\sin^2(x))) = 2x^2 + o_{x \rightarrow 0}(x^2)$

Réponse 40 $\frac{1}{3}$.

Réponse 41 0.

Réponse 42 0.

Réponse 43 0.

Réponse 44 $\frac{63}{65}$

Réponse 45 $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

Réponse 46 $0, \frac{1}{2}$ et $-\frac{1}{2}$.

Réponse 47 $\frac{12}{13}$

Réponse 48 vraie pour tout $x \in]0, 1]$

Réponse 49 $f(x) = \begin{cases} -2 \arcsin(x) - \pi & \text{si } x \in \left[-1, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \\ 2 \arcsin(x) & \text{si } x \in \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right] \\ -2 \arcsin(x) + \pi & \text{si } x \in \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, 1\right] \end{cases}$

Réponse 50 $f = \arcsin$

Réponse 51 -1

Réponse 52 $\frac{1}{2}$.

Réponse 53 $x = \ln\left(\frac{3+2\sqrt{3}}{3}\right)$.

Réponse 54 1. $\ln(2 \pm \sqrt{3})$
3. 0

Réponse 56 x .

Réponse 57 2

Réponse 58 $\frac{4}{3}$

Réponse 60 $\frac{\pi}{4}$.

Réponse 61 $\begin{cases} 2 \arctan(x) = \arctan\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) - \pi & \text{si } x < -1 \\ 2 \arctan(x) = \arctan\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) & \text{si } x \in]-1, 1[\\ 2 \arctan(x) = \arctan\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) + \pi & \text{si } x > 1 \end{cases}$

Réponse 63 $\ln(a \pm \sqrt{a^2-1})$

Réponse 64 $\ln(a + \sqrt{a^2+1})$

Réponse 65 $x = \ln \sqrt{\frac{1+a}{1-a}}$