

Réponses du TD n6

Réponse 3 $z \mapsto \frac{a+z}{1+\overline{a}z}$.

Réponse 5 $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Réponse 6 $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Réponse 7 $z = \frac{a - be^{2ik\pi/n}}{1 - e^{2ik\pi/n}}, k \in \llbracket 1, n-1 \rrbracket$

Réponse 8 $z_0 = 0, z_1 = -\frac{3}{5} + \frac{i}{5}, z_2 = -\frac{2}{3}$ et $z_3 = -\frac{3}{5} - \frac{i}{5}$. Leurs images appartiennent au cercle de centre $(-\frac{1}{3}, 0)$ et de rayon $\frac{1}{3}$

Réponse 9 $\left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Réponse 10 $\left\{ -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Réponse 11 $\left\{ \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Réponse 12 $\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Réponse 13 $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} [2k\pi, (2k+1)\pi]$.

Réponse 14 $\left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Réponse 15 $\frac{\cos\left(\frac{nx}{2}\right)\sin\left(\frac{(n+1)x}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}$.

Réponse 16 $\frac{1}{2} \frac{\cos(nx)\sin((n+1)x)}{\sin(x)} + \frac{n+1}{2}$

Réponse 17 1. $\pm i\sqrt{2}$.

2. $\pm e^{\frac{i\pi}{4}}$.

3. $\pm \sqrt[4]{2} e^{\frac{i\pi}{8}}$.

4. $\pm e^{-\frac{i\pi}{6}}$.

5. $\pm(2+i)$.

6. $\pm(1+2i)$.

Réponse 18 $\sqrt[10]{2} e^{-\frac{i\pi}{20} + \frac{2ik\pi}{5}}$ pour k variant de 0 à 4.

Réponse 19 $\frac{i\left(2 + e^{\frac{2ik\pi}{n}}\right)}{e^{\frac{2ik\pi}{n}} - 1}$ pour k variant de 1 à $n-1$.

Réponse 20 $\pm \left(\sqrt{2\sqrt{10}-2} + i\sqrt{2\sqrt{10}+2} \right)$ et $\pm \left(\sqrt{2\sqrt{10}-2} - i\sqrt{2\sqrt{10}+2} \right)$.

Réponse 21 $1+i$ et $2+3i$

Réponse 24 les $z \neq 1$ dont l'image appartient à la droite $y = -x + 1$.

Réponse 25 Les affixes des points du cercle de centre l'image de $-\left(\frac{1+i}{2}\right)$ et de rayon $\frac{1}{2}$.

Réponse 26 Les complexes recherchés sont donc $e^{\pm \frac{i\pi}{3}}$.

Réponse 27 $\left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Réponse 28 $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Réponse 29 $\left\{ \frac{\pi}{2} + \frac{6k\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{5\pi}{14} + \frac{6k\pi}{7}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Réponse 30 $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(\left[2k\pi, \frac{\pi}{4} + 2k\pi \right] \cup \left[\frac{3\pi}{4} + 2k\pi, 2(k+1)\pi \right] \right)$.

Réponse 31 $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(\left[-\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right] \cup \left[\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \right] \right)$.

Réponse 32 $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \right]$

Réponse 33 $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[-\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \right] \cup \left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \right]$

Réponse 34 $x = \frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Réponse 35 $-2i$ et $5-12i$.

Réponse 36 $\sqrt[10]{8} e^{\frac{3i\pi}{20} + \frac{2ik\pi}{5}}$ pour k variant de 0 à 4.

Réponse 40 oui, pour $z = j$ ou $z = j^2$.

Réponse 41 $\left\{ e^{\frac{ik\pi}{3}}, k \in \llbracket 0, 5 \rrbracket \right\} \cup \{0\}$.

Réponse 42 $\sin \frac{2\pi}{7} + \sin \frac{4\pi}{7} + \sin \frac{8\pi}{7} = \frac{\sqrt{7}}{2}$

Réponse 44 $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(\left[\frac{1}{3} - \frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3}, \frac{1}{3} + \frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3} \right] \cup \left[\frac{1}{3} + \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3}, \frac{1}{3} + \frac{5\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3} \right] \right)$.