

1 Vrai/faux

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses?

affirmation 5. $\arcsin(\sin(x)) = \pi - x$ si $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

affirmation 1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\arctan(x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$

affirmation 6. $\arccos(\cos(x)) = -x$ si $x \in [-\pi, 0]$.

affirmation 2. Pour tout $x \in [-1, 1]$, $\arcsin(x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

affirmation 7. $\arcsin(\sin(x)) = -x$ si $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$.

affirmation 3. Pour tout $x \in [-1, 1]$, $\arccos(x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

affirmation 8. $\arccos(\cos(x)) = 2\pi - x$ si $x \in [\pi, 2\pi]$.

affirmation 4. $\arccos(\cos(x)) = \pi + x$ si $x \in [-\pi, 0]$.

affirmation 9. $\forall x \in \mathbb{R}, \cos(\pi - x) = \cos(x).$

affirmation 14. $\forall x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[, \tan(\pi + x) = \tan(x).$

affirmation 10. $\forall x \in \mathbb{R}, \sin(\pi - x) = \sin(x).$

affirmation 15. $\forall x \in [-1, 1], \cos \arcsin(x) = \sqrt{1 - x^2}.$

affirmation 11. $\forall x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[, \tan(\pi - x) = \tan(x).$

affirmation 16. $\forall x \in [-1, 1], \sin \arccos(x) = \sqrt{1 - x^2}.$

affirmation 12. $\forall x \in \mathbb{R}, \cos(\pi + x) = \cos(x).$

affirmation 17. $\forall x \in \mathbb{R}, \cos \arctan(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}.$

affirmation 13. $\forall x \in \mathbb{R}, \sin(\pi - x) = \sin(x).$

affirmation 18. $\forall x \in [-1, 1], \tan \arccos(x) = \sqrt{\frac{1-x^2}{x^2}}.$

affirmation 22. $\forall x \in \mathbb{R}, \operatorname{ch}(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$

affirmation 19. $\forall x \in]-1, 1[, \tan \arcsin(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

affirmation 20. $\forall x \in \mathbb{R}, \sin \arctan(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

affirmation 21. $\forall x \in \mathbb{R}, \operatorname{sh}(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$

2 Solutions du Vrai/Faux calculs algébriques

Correction 1 vrai.

Correction 2 vrai

Correction 3 Faux, $\arccos(x) \geq 0$ pour tout $x \in]-1, 1[$ et $\arccos(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Correction 4 faux, car $\cos(\pi + x) = -\cos(x)$.

Correction 5 vrai car $\pi - x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ et $\sin(x) = \sin(\pi - x)$.

Correction 6 vrai car $-x \in [0, \pi]$ et $\cos(x) = \cos(-x)$.

Correction 7 faux, $\arcsin(\sin(x)) = x$.

Correction 8 vrai car $2\pi - x \in [0, \pi]$ et $\cos(2\pi - x) = \cos(x)$.

Correction 9 faux, $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$.

Correction 13 faux, $\sin(\pi - x) = \sin(x)$.

Correction 10 vrai

Correction 14 vrai

Correction 11 faux, $\tan(\pi - x) = -\tan(x)$.

Correction 15 vrai, cf dérivée de arcsin.

Correction 12 faux, $\cos(\pi + x) = -\cos(x)$.

Correction 16 vrai, cf dérivée de arccos.

Correction 17 vrai, cf dérivée de $\arctan + \cos \arctan \geq 0$.

Correction 21 vrai

Correction 18 vrai, car $\tan \arccos \geq 0$ et $\tan^2 = \frac{1 - \cos^2}{\cos^2}$.

Correction 22 faux, $\operatorname{ch}(x) \geq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Correction 19 vrai car $\tan = \sin / \cos$ et $\cos \arcsin(x) = \sqrt{1 - x^2}$.

Correction 20 vrai car $\sin = \cos \cdot \tan$ et $\cos \arctan(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$.
