

## Indications du TD 11

**Indication 6** Montrer que  $f$  est nulle.

**Indication 7** Déterminer la limite de  $f$  en  $0^+$ .

**Indication 8** Calculer la limite à gauche et à droite en  $k \in \mathbb{Z}$ .

**Indication 9** Calculer la limite à gauche et à droite en  $k \in \mathbb{Z}$ .

**Indication 10** Calculer la limite de  $f$  en 0.

**Indication 14** Étudier les limites en  $\pm\infty$  de la fonction  $x \mapsto f(x) - x$ .

**Indication 15** Supposer par l'absurde que  $f$  n'est pas constante et appliquer le théorème des valeurs intermédiaires.

**Indication 16** Remarquer que  $f$  est de signe constant.

**Indication 18** Montrer que  $f$  admet deux images de signes opposés pour appliquer le théorème des valeurs intermédiaires.

**Indication 19** Montrer qu'elle est bornée sur  $[0, T]$ .

**Indication 20** Montrer qu'il existe  $A > 0$  tel que  $f$  soit bornée sur  $[0, A]$  et  $[A, +\infty[$ .

**Indication 21** Utiliser la continuité sur un segment de  $f$  pour montrer que la fonction  $x \mapsto \int_0^1 (f(t) - f(x))g(t)dt$  s'annule.

**Indication 24** Poser  $x = y$  puis trouver une relation de récurrence.

**Indication 25** Établir une relation de récurrence puis montrer que  $f(x) = f(0)$ .

**Indication 28** Calculer la limite à gauche et à droite de  $f$  en  $\frac{1}{k}$ ,  $k \in \mathbb{Z}^*$ .

**Indication 29** Déterminer la limite à gauche et à droite en  $n \in \mathbb{Z}$ .

**Indication 30** Calculer la limite de  $f$  en 0.

**Indication 31** Calculer la limite de  $f$  en 0.

**Indication 32** Déterminer la limite de  $f$  en 0.

**Indication 34** Appliquer le théorème des valeurs intermédiaires entre  $a$  et  $\frac{a+b}{2}$ .

**Indication 35** Étudier la fonction  $x \mapsto f(x) - c$ .

**Indication 36** Montrer que la fonction  $h = \frac{f}{g}$  admet un minimum.

**Indication 37** Utiliser la définition de la limite puis la continuité sur un segment.

**Indication 38** Montrer que l'ensemble  $\{n \in \mathbb{N}, \phi(n) \geq A\}$  est vide ou bien non-vide et fini et, dans ce cas, utiliser son maximum.

**Indication 39** Commencer par montrer que  $\ell \neq 0$  en utilisant l'exercice ??.

**Indication 40** Revenir à la définition de limite.

**Indication 41** Montrer que  $\lim_{y \rightarrow x^+} f(y) = \lim_{y \rightarrow x^-} f(y) = f(x)$  en utilisant le théorème d'encadrement.

**Indication 42** On pourra considérer la fonction  $g_n : x \mapsto f\left(x + \frac{1}{n}\right) - f(x)$ .

**Indication 44** Traduisez non strictement monotone puis appliquez deux TVI pour obtenir deux éléments différents ayant même image.

**Indication 47** Pour la première question, montrer que l'ensemble des points fixes de  $f$  est non-vide et borné puis montrer que ses bornes sont atteintes en utilisant des suites et la continuité de  $f$ .

**Indication 48** Établir une relation de récurrence pour montrer que  $f(x) = f(0)$  ou  $f(1)$ .