Réponses du TD n 12

Réponse 1 oui

Réponse 2 oui

Réponse 3
1. de classe C^1
2. dérivable en 0 mais pas de classe C^1.

Réponse 4 pas dérivable en 0.

Réponse 5 La dérivée d'une fonction paire est impaire, la dérivée d'une fonction impaire est paire.

Réponse 6 $(a,b)=\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$.

Réponse 7 2. g^{-1} dérivable sur $]-\infty,1[$. 3. $\left(g^{-1}\right)'(1-e)=-\frac{1}{3e}$.

Réponse 8 f est dérivable si $f(0)=f(1)$ et $f'(0)=f'(1)$

Réponse 9 oui

Réponse 11 $f:x\mapsto ax,\ a\in\mathbb{R}$.

Réponse 16 $\frac{2}{5}$.

Réponse 20
1. $f_1^{(n)}:x\mapsto(-1)^n(x-n)e^{-x}$
2. $f_2^{(n)}:x\mapsto\left(x^2+2nx+n(n-1)\right)e^x$
3. pour $n\leqslant k$, on a $f_3^{(n)}:x\mapsto a^n\frac{k!}{(k-n)!}(ax+b)^{k-n}$ et pour $n>k$, $f_3^{(n)}=0$.
4. $f_4^{(n)}:x\mapsto\frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$.
5. $f_5^{(n)}:x\mapsto\frac{(n+1)!}{2(1-x)^{n+2}}$.
6. $f_6^{(n)}:x\mapsto\frac{(-1)^n a^n n!}{(ax+b)^{n+1}}$.

Réponse 21 $\arctan^{(2p+1)}=(-1)^p(2p!)$.

Réponse 23 $-\text{cotan}\left(\frac{k\pi}{n}\right)$ pour $k\in[\![0,n-1]\!]$

Réponse 24 non

Réponse 25 $x\mapsto\begin{cases}\lambda_1 e^{-\frac{1}{x}}+x & \text{si } x\geqslant 0\\ x & \text{si } x<0\end{cases}$

Réponse 26 oui, celles définies par $f(x)=\begin{cases}\frac{\lambda e^{\frac{1}{1-x}}}{1-x} & \text{si } x>1\\ 0 & \text{si } x\leqslant 1\end{cases}$.

Réponse 27 f dérivable.

Réponse 28 h pas dérivable.

Réponse 29 f pas dérivable.

Réponse 30 f dérivable.

Réponse 31 $\left(f^{-1}\right)'(0)=\frac{1}{1+3.0^2}=1$.

Réponse 34 $(fg)^{(n)}:x\mapsto\frac{(n-1)!}{x}$.

Réponse 35 $f^{(n)}:x\mapsto(x^2+2nx+n(n-1))e^x$

Réponse 36 $f^{(n)}:x\mapsto x^2(1+x)^n+2xn^2(1+x)^{n-1}+n^2(n-1)^2(1+x)^{n-2}$

Réponse 38 $f_{2n}^{(n)}(x)=\frac{2n!}{n!}x^n=n!x^n\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}^2$ et $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}^2=\frac{(2n)!}{(n!)^2}$.

Réponse 39 $f^{(n)}:x\mapsto\frac{(-1)^n\left((x+1)^n+(x-1)^n\right)}{2(x^2-1)^{n+1}}$.

Réponse 43 oui

Réponse 44 $+\infty$.