Lycée du Parc
PCSI 842 — Année 2025-2026
Feuille 14

TD 14 : Dénombrement et probabilités sur un ensemble fini.

1 Dénombrement

Exercice 1.
Une classe contient 25 élèves.

1. Peut-on former un trinôme d'élèves nés le même mois ?
2. Existe-t-il nécessairement un élève né en janvier ?

Exercice 2.
Soit E un sous-ensemble de $[0,1[$ de cardinal $n+1$. Montrer qu'il existe $(a,b) \in E^2$, $a \neq b$ tel que $|a-b| < \dfrac{1}{n}$.

Exercice 3.
Soit $n \in \mathbb{N}^\star$. Déterminer le cardinal des ensembles suivants :

1. $\{(i,j) \in \llbracket 0,n \rrbracket^2, i < j\}$.
2. $\{(i,j) \in \llbracket 0,n \rrbracket^2, i > j\}$.
3. $\{(i,j) \in \llbracket 0,n \rrbracket^2, i \leqslant j\}$.
4. $\{(i,j,k) \in \llbracket 0,n \rrbracket^3, i < j < k\}$.

Exercice 4.
Soit E un ensemble à n éléments, et $A \subset E$ un sous-ensemble à p éléments. Quel est le nombre de parties de E qui contiennent un et un seul élément de A ?

Exercice 5.
Une urne contient $n \in \mathbb{N}^*$ boules numérotées de 1 à n. Soit $p \in \llbracket 1,n \rrbracket$, on tire simultanément p boules dans l'urne.

1. Dénombrer le nombre de tirages possibles.
2. Soit $k \in \llbracket 1,n \rrbracket$. Dénombrer le nombre de tirages possibles dont le minimum des numéros tirés est k.
3. Soit $(i,j) \in \llbracket 1,n \rrbracket^2$ avec $i < j$. Dénombrer le nombre de tirages possibles où toutes les boules tirées ont un numéro compris entre i et j.
4. Soit $(k,l) \in \llbracket 1,n \rrbracket^2$ avec $k < l$. Dénombrer le nombre de tirages possibles dont le minimum des numéros tirés est k, et le maximum est l.
5. Soit $i \in \llbracket 1,n \rrbracket$. Dénombrer le nombre de tirages possibles où la boule i est tirée.
6. Soit $i \in \llbracket 1,n \rrbracket$. Dénombrer le nombre de tirages possibles où la boule i n'est pas tirée.

Exercice 6.
Soient $n \geqslant 2$ et $p \geqslant 2$ deux entiers naturels tels que $n \geqslant p$. Une urne contient n boules numérotées de 1 à n. On effectue p tirages avec remise.

1. Quel est le nombre de tirages possibles ?
2. Quel est le nombre de tirages où les numéros des boules tirées sont tous distincts ?
3. Quel est le nombre de tirages où au moins deux des boules tirées portent le même numéro ?
4. Quel est le nombre de tirages où exactement deux des boules tirées portent le même numéro ?

Exercice 7.

1. Combien un entier de la forme $p_1 \dots p_r$, avec les p_i des premiers distincts, possède-t-il de diviseurs ?
2. Combien un entier de la forme $p_1^{m_1} \dots p_r^{m_r}$, avec les p_i des premiers distincts et les m_i des éléments de $\mathbb{N}^\star$, possède-t-il de diviseurs ?

Exercice 8.
Soit $K = \{0,1,-1\}$, déterminer le cardinal des ensembles suivants : $M_2(K)$, $GL_2(K)$, $S_2(K)$, $M_3(K)$ et $A_3(K)$.
$S_2(K)$ désigne l'ensemble des matrices symétriques (égale à leur transposée) de taille 2 à coefficients dans K, $A_3(K)$ désigne les matrices antisymétriques (égale à l'opposé de leur transposée) de taille 3 à coefficients dans K.

2 Calcul de probabilités simples

Exercice 9.
On lance deux dés équilibrés simultanément. Quelle probabilité a-t-on d'obtenir exactement un six ou deux 5 ?

Exercice 10.
Un enfant permute au hasard les n livres de son étagère.

1. Quelle est la probabilité pour que "tintin au Congo" et "tintin en Amérique" se retrouvent côte à côte dans cet ordre ?
2. côte à côte dans n'importe quel ordre ?
3. Quelle est la probabilité pour qu'aucun livre n'ait changé de place.
4. Quelle est la probabilité pour qu'exactement un livre ait changé de place ?
5. Quelle est la probabilité pour qu'exactement deux livres aient changé de place ?

Exercice 11.
Combien de fois faut-il lancer un dé à 6 faces pour avoir au moins une chance sur deux d'avoir un 6 ?

Exercice 12.
Soit $(n,p) \in \mathbb{N}^\star \times \mathbb{N}$ avec $p \leqslant n$. Une urne contient n boules numérotées de 1 à n.

1. On prélève en une fois une "poignée aléatoire" de p boules dans l'urne.
   (a) Soit $k \in [\![p,n]\!]$. Calculer la probabilité de l'évènement A_k : "Le plus grand numéro de la poignée est k".
   (b) En déduire que $\sum\limits_{k=p}^{n} \binom{k-1}{p-1} = \binom{n}{p}$.
2. On tire successivement et sans remise p boules dans l'urne. Déterminer la probabilité pour que la p-ième boule tirée ait un numéro supérieur aux $p-1$ numéros précédents.

Exercice 13.
Soit $n \in \mathbb{N}^\star$. On effectue n lancers indépendants d'une pièce pour laquelle la probabilité d'obtenir pile est p. On pose $q = 1-p$.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois pile ?
2. Quelle est la probabilité pour qu'au cours de ces n lancers, face ne soit jamais suivi de pile ?

Exercice 14.
Dans une colocation de trois personnes, on met les chaussettes en commun. Il y a 20 paires de chaussettes et parmi elles, 3 sont trouées. Vaut-il mieux être le premier ou le dernier à prendre une paire de chaussettes dans le tiroir ?

3 Calcul de probabilités conditionnelles

Exercice 15.
On considère une urne contenant 6 boules rouges et 2 boules bleues. On tire trois boules sans remise entre chaque tirage.

1. Quelle est la probabilité pour qu'on tire au moins une boule bleue ?
2. Sachant qu'on a tiré une boule bleue, quelle est la probabilité pour qu'on ait tirée une boule bleue au premier tirage ?

Exercice 16.
Un jeu de cartes contient 32 cartes et une main 5 cartes.

1. Quelle est la probabilité pour qu'une main contienne un roi ?
2. Même question sachant qu'elle contient une figure ?
3. Quelle est la probabilité pour qu'elle contienne exactement deux rois ?
4. Même question sachant qu'elle contient au moins un roi ?

Exercice 17.
On considère n urnes ($n \geqslant 1$) numérotées de 1 à n. L'urne numérotée k contient k boules blanches et $n-k$ boules noires. On choisit au hasard une urne puis une boule dans cette urne. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule blanche ?

Exercice 18.
On dispose de deux dés A et B. A a 4 faces rouges et deux faces blanches, B a quatre faces blanches et deux faces rouges. On lance une seule fois une pièce de monnaie telle que la probabilité d'obtenir pile soit $1/3$.

- Si on obtient pile, on joue uniquement avec le dé A.
- Si on obtient face, on joue uniquement avec le dé B.

1. Calculer la probabilité d'obtenir rouge au premier coup.
2. On a obtenu rouge aux deux premiers coups. Calculer la probabilité d'obtenir rouge au troisième coup.
3. On a obtenu rouge au n premiers coups. Calculer la probabilité p_n d'avoir utilisé le dé A.

4 Formule de Bayes et probabilités totales

Exercice 19.
Dans une classe de PCSI, on a 28% de filles. La probabilité pour choisir PC quand on est une fille est 60%. La probabilité pour choisir PSI quand on est un garçon est 54%.

Quelle est la probabilité qu'un élève ayant choisi la PC soit une fille ?

Exercice 20.
J'ai dans ma poche trois jetons identiques au toucher : l'un a ses deux faces blanches, le second a ses deux faces noires et le troisième a une face noire et l'autre blanche. Ayant sorti de ma poche un jeton choisi au hasard, je n'en vois qu'une seule face : elle est blanche. Quelle est la probabilité que l'autre face de ce jeton soit blanche également ?

Exercice 21.
Au moment où chacun possède un tiers du marché de téléphonie mobile, trois opérateurs A, B et C décident de mettre sur le marché un nouveau type de forfait annuel. A la fin de l'année, l'évolution des parts de marché se fait de la façon suivante :

- Les clients de l'opérateur A se répartissent indifféremment entre A, B et C.
- Les clients de l'opérateur B restent toujours fidèle à cette compagnie.
- Les clients de la compagnie C seront l'année suivante clients de A avec une probabilité de $1/12$, clients de B avec une probabilité de $7/12$ et clients de C avec une probabilité de $1/3$.

On note, pour $n \in \mathbb{N}$, a_n, b_n et c_n les probabilités pour qu'à l'issue de la n-ième année, un consommateur décide de s'abonner chez A, B ou C pour l'année suivante.

1. Déterminer une relation de récurrence entre a_n, b_n, c_n et a_{n+1}, b_{n+1} et c_{n+1}.
2. **Première méthode :**
   (a) Montrer que $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sont des suites récurrentes linéaires d'ordre 2.
   (b) En déduire l'expression du terme général de ces deux suites.
3. **Deuxième méthode**

(a) Déterminer les réels α tels que $(a_n + \alpha c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique.

(b) En déduire l'expression du terme général de ces deux suites géométriques.

(c) Retrouver le résultat de la question 2b)

4. En déduire l'expression du terme général de $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$
5. Déterminer les limites des suites et en donner une interprétation.

Exercice 22.
On considère un point qui se déplace sur les sommets d'un triangle $A_1A_2A_3$. On suppose qu'initialement, il se trouve en A_1. Ensuite, les déplacements s'effectuent de la manière suivante : Si le point est en A_i, alors

— il passe en A_j avec $j \neq i$ avec une probabilité de $\frac{2}{5}$ dans les deux cas.

— il reste en A_i avec une probabilité de $\frac{1}{5}$.

On introduit l'évènement U_n (resp. V_n et W_n) : " être en A_1 (resp. A_2 et A_3) après n déplacements et on note les probabilités de ces évènements u_n, v_n et w_n.

1. Déterminer u_0, v_0 et w_0.
2. Pour tout entier n, exprimer $(u_{n+1}, v_{n+1}, w_{n+1})$ en fonction de (u_n, v_n, w_n) à l'aide d'un système.
3. Traduire ce système à l'aide d'un produit matriciel puis déterminer le terme général de chaque suite en calculant la puissance de la matrice.

---

5 Évènements indépendants, mutuellement indépendants

Exercice 23.
Une boîte contient deux boules : une noire et une rouge. On tire n fois une boule dans cette boîte en la remettant après avoir noté sa couleur. On note

A_n l'évènement : '*on obtient des boules des deux couleurs au cours des n tirages*' et
B_n l'évènement : '*on obtient au plus une boule noire*'.

1. Calculer $\mathbb{P}(A_n)$ et $\mathbb{P}(B_n)$.
2. A_n et B_n sont-ils indépendants si $n = 2$?
3. Même question si $n = 3$.

Exercice 24.
On lance deux fois de suite une pièce de monnaie équilibrée. On considère les évènements :
• A : 'le premier jet donne Pile',
• B : 'le deuxième jet donne Pile'
• C : 'les deux jets donnent le même résultat'
Les événements A, B, C sont-ils indépendants deux à deux? mutuellement indépendants?

Exercice 25.
Soient un espace probabilisé $(\Omega, \mathscr{P}(\Omega), P)$, et n évènements mutuellement indépendants $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

1. Calculer $P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right)$ en fonction de $\mathbb{P}(A_1), \mathbb{P}(A_2), \ldots, \mathbb{P}(A_n)$.
2. Application : trois chasseurs aperçoivent un canard d'eau et tirent simultanément et indépendamment. Leurs probabilités de succès sont respectivement $1/2$, $1/3$, et $1/4$. Calculer la probabilité que le canard soit tué.

6 Si besoin d'encore un peu d'entrainement

Exercice 26.
Dans un village de 700 habitants, montrer que au moins deux personnes ont les mêmes initiales

Exercice 27.
Un lycée compte 400 élèves. Peut-on affirmer que deux étudiants fêtent leur anniversaire le même jour?

Exercice 28.
On appelle mot toute suite de lettres ayant un sens ou non. Déterminer le nombre de mots :

1. de quatre lettres,
2. de quatre lettres distinctes,
3. de quatre lettres distinctes ayant une seule voyelle,
4. de quatre lettres ne contenant pas de " w " .

Exercice 29.
Déterminer le nombre de mots distincts que l'on peut former avec 6 voyelles et 20 consonnes, chaque mot étant composé de 3 consonnes et 2 voyelles, en excluant les mots qui renferment 3 consonnes consécutives.

Exercice 30.

Dans une finale du 100 mètres, il y a 8 coureurs. Combien y a-t-il de podiums possibles?

Exercice 31.
Un facteur arrive dans le hall d'un immeuble. Il doit distribuer 7 prospectus dans 10 boites aux lettres nominatives. De combien de façons peut-il faire dans chacun des cas suivants :

1. Chaque boite peut contenir au plus un prospectus et les prospectus sont distincts.

2. Chaque boite peut contenir au plus un prospectus et les prospectus sont identiques.
3. Chaque boite peut contenir un nombre quelconque de prospectus et les prospectus sont distincts.
4. (dur!) Chaque boite peut contenir un nombre quelconque de prospectus et les prospectus sont identiques.

Exercice 32.
On considère les mains de 5 cartes que l'on peut extraire d'un jeu de 32 cartes.

1. Combien y a-t-il de mains différentes ?
2. Combien y a-t-il de mains comprenant exactement un as ?
3. Combien y a-t-il de mains comprenant au moins un as ?
4. Combien y a-t-il de mains comprenant au moins un roi et au moins un as ?

Exercice 33.

1. Combien le mot ROMAIN possède-t-il d'anagrammes ?
2. Combien le mot HERBE possède-t-il d'anagrammes ?
3. Combien le mot KAYAK possède-t-il d'anagrammes ?
4. Combien le mot ELEVE possède-t-il d'anagrammes ?

Exercice 34.
Combien existe-t-il de dominos différents ?

Exercice 35.
On tire 7 cartes d'un jeu de 7 familles qui contient 7 cartes par famille.

1. Quelle est la probabilité pour avoir 7 cartes de 7 familles différentes ?
2. Quelle est la probabilité pour avoir 1 famille complète ?

Exercice 36.
On lance deux dés à 6 faces. Déterminer la probabilité pour que :

1. les dés donnent des chiffres identiques ;
2. la somme des deux dés soit égale à 4 ;
3. l'un des deux dés (au moins) donne 6 ;
4. l'on ait un double six ;
5. les dés soient de parité opposée.

Exercice 37.
On veut servir du café (non décaféiné) à nos invités. Les capsules se trouvent dans une boîte contenant 8 capsules de décaféiné et 20 capsules normales. Chaque fois qu'on tire une capsule de décaféiné, on la remet dans la boîte. Quand on tire une capsule normale, on la met dans la machine pour servir un café.

On procède à trois tirages successifs.

1. Quelle est la probabilité qu'on ne tire que des capsules de décaféiné ?
2. Quelle est la probabilité qu'on ne tire que des capsules normales ?
3. Quelle est la probabilité qu'on tire au moins un décaféiné ?
4. Quelle est la probabilité qu'on tire au moins un décaféiné sachant qu'on a tiré au moins une capsule normale ?
5. Quelle est la probabilité qu'on tire exactement un décaféiné ?

Exercice 38.
Lorsqu'on est roux, on a une probabilité de $\frac{3}{4}$ d'avoir un enfant roux si c'est une fille et une probabilité de $\frac{2}{3}$ si c'est un garçon. Lorsqu'on n'est pas roux mais qu'un de ses parents l'est, on a 1 chance sur 3 d'avoir un enfant roux.

1. Quelle est la probabilité d'avoir un enfant roux quand on est roux ?
2. Quelle est la probabilité que son aîné(e) ait en enfant roux quand on est roux ?

Exercice 39.
On cherche un paquet de piles dans un meuble à 5 tiroirs. Il se trouve dans l'un des 5 tiroirs avec une probabilité de $\frac{p}{5}$ $(0 \leqslant p \leqslant 1)$.

1. Quelle est la probabilité que le paquet de piles se trouve dans le meuble ?
2. On a exploré en vain les quatre premiers tiroirs, quelle est la probabilité que le paquet de piles se trouve dans le dernier tiroir ?

Exercice 40.
Dans une urne, on trouve 4 boules blanches et 3 boules noires numérotées respectivement de 1 à 4 et de 5 à 7.

1. On tire successivement et sans remise trois boules de l'urne.
   (a) Calculer la probabilité d'obtenir, dans cet ordre, deux boules blanches et une boule noire.
   (b) Calculer la probabilité d'obtenir, dans n'importe quel ordre, deux boules blanches et une boule noire.
2. On tire désormais trois boules avec remise.
   (a) Calculer la probabilité d'obtenir, dans cet ordre, deux boules blanches et une boule noire.
   (b) Calculer la probabilité d'obtenir, dans n'importe quel ordre, deux boules blanches et une boule noire.
3. On effectue un tirage simultané de trois boules, calculer la probabilité d'obtenir deux boules blanches et une boule noire.

Exercice 41.
On jette deux dés équilibrés, un rouge et un bleu. Montrez que les évènements suivants sont deux à deux indépendants mais ne sont pas mutuellement indépendants :

— " le chiffre du dé rouge est impair"
— " le chiffre du dé noir est pair"
— " les chiffres des deux dés ont même parité".

Exercice 42.
Pierre et Paul font des macarons. Pierre rate 8% de sa production et Paul 3%. Sur la fournée, 2/3 des macarons ont été faits par Paul.

1. Quelle est la probabilité pour qu'un macaron mangé au hasard soit raté?
2. Quelle est la probabilité pour qu'un macaron raté ait été fait par Pierre?

Exercice 43.
Un vigile a, dans sa poche, dix clefs toutes différentes mais indiscernables au toucher. Il doit ouvrir, dans la quasi-obscurité, une des portes de l'entrepôt qu'il surveille et, pour ce faire, il essaie les clefs l'une après l'autre, au hasard.
Le vigile ne sait pas que ses faits et gestes sont attentivement observés par un voleur, qui prépare son coup. Le voleur a remarqué que certaines nuits, le vigile remet dans une poche différente toute clef essayée et qui n'a pas ouvert le porte, alors que d'autres nuits, le vigile remet toute clef essayée sans succès dans la même poche avec toutes les clefs.Le voleur a noté par ailleurs que le vigile emploie la seconde méthode quand, et seulement quand, il a trop copieusement arrosé son repas, ce qui se produit de façon aléatoire avec une probabilité 1/10; le voleur juge aussi que c'est après un repas copieusement arrosé qu'il lui faudra agir, car le vigile sera hors d'état de protéger l'entrepôt.
Déterminer la probabilité p_k que le voleur, arrivé sur les lieux après le repas du vigile, puisse agir sans risque quand il a constaté que la porte n'est pas encore ouverte après la k-ième clef essayée par le vigile.
On pourra noter A l'évènement " le vigile a copieusement arrosé son repas", et O_k l'évènement " la k-ième clef essayée par le vigile ouvre la porte "

7 Une fois qu'on est à l'aise

Exercice 44.
Soit E un ensemble de n élèves avec $n \in \mathbb{N}^\star$. On décide de former des groupes de travail.

1. Combien de partitions possibles de la classe en deux groupes non vides?
2. On suppose $n = 2p$, combien de partitions possibles de la classe en binômes?
3. On suppose $n = pq$, combien de partitions possibles de la classe en p groupes de q élèves?

Exercice 45.
Un couple décide d'organiser un repas avec $2n$ convives réparties en n couples mixtes. On suppose qu'il y a n hommes et n femmes. Combien de possibilités de plan de table a-t-on

1. au total?
2. sans séparer les couples?
3. en alternant les sexes?
4. en supposant les deux derniers critères?

Exercice 46.

Soient E et F deux ensembles à n et p éléments. Combien y a-t-il

1. d'injections de E dans F?
2. d'applications strictement croissantes de E dans F?
3. d'applications croissantes de E dans F?

Exercice 47.
Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Combien y a-t-il de surjections de l'ensemble $[\![1, n+1]\!]$ dans l'ensemble $[\![1, n]\!]$.

Exercice 48.
Soit E un ensemble fini de cardinal $n \in \mathbb{N}$. Calculer le cardinal de l'ensemble G suivant :

$$G = \left\{(A, B) \in \mathscr{P}(E) \times \mathscr{P}(E) \text{ tel que } A \subset B\right\}$$

Exercice 49.
Montrer que pour tout $k \in \mathbb{N}^\star$ et tout $n \in \mathbb{N}^\star$, le nombre de k-listes $(x_1, \ldots, x_k) \in \left(\mathbb{N}^\star\right)^k$ telles que $\sum_{i=1}^{k} x_k = n$ est $\binom{n-1}{k-1}$.

Exercice 50.
Soit a, b deux entiers non nuls et F un ensemble de cardinal $a+b$ avec $a+b > 0$ et n tel que $0 \leqslant n \leqslant a+b$. En dénombrant le nombre de parties à n éléments de F de deux façons différentes, montrer que

$$\binom{a+b}{n} = \sum_{k=\max(0,n-b}^{\min(a,n)} \binom{a}{k}\binom{b}{n-k},$$

soit, en posant $\binom{i}{j} = 0$ lorsque $i < 0$ ou $i > j$:

$$\binom{a+b}{n} = \sum_{k=0}^{n} \binom{a}{k}\binom{b}{n-k} \text{ (formule de vandermonde)}$$

Exercice 51.
p personnes entrent dans un ascenseur d'un immeuble de n étages (sans compter le rez-de-chaussée) et descendent chacune à un des n étages. On note A= " À chaque étage, au moins une personne est descendue". Montrer que $\mathbb{P}(A) = (-1)^n \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} \left(\frac{k}{n}\right)^p$.

Exercice 52.

On considère une cellule qui peut se diviser en deux (par mitose) avec la probabilité p ou mourir avec la probabilité $1-p$. On veut calculer la probabilité pour que sa lignée soit éteinte à la $n+1$-ième génération. On note u_n cette probabilité. Notons que $u_0 = 1-p$.

1. Montrer que $u_1 = pu_0^2 + 1 - p$.
2. En déduire, pour tout entier n, l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n.
3. En étudiant la fonction définissant cette suite récurrente, déterminer le comportement de cette probabilité.

Exercice 53.

Un joueur joue à un jeu d'argent contre le casino. On suppose que, initialement, la fortune du joueur est de $a \in \mathbb{N}$ et celle du casino est de $N-a$ avec $0 \leqslant a \leqslant N$ et $N \in \mathbb{N}$. Soit p un réel vérifiant $0 < p < 1$ et $p \neq \frac{1}{2}$.

À chaque répétition du jeu, on suppose que le joueur gagne 1 euros avec la probabilité p ou perd un euro avec la probabilité $1-p$. Si on note x_n la fortune du joueur à l'issue du n-ième jeu, alors :

$$x_0 = a \text{ et } x_{n+1} = \begin{cases} x_n + 1 \text{ avec la probabilité } p \\ x_n - 1 \text{ avec la probabilité } 1-p \end{cases}$$

Le jeu s'arrête dès que x_n prend la valeur 0 (le joueur est ruiné) ou la valeur N (le casino est ruiné).

1. Soit u_a la probabilité pour que le joueur soit ruiné, étant initialement parti d'une mise de a. On a, en particulier, $u_0 = 1$ et $u_N = 0$.
   (a) Montrer que pour tout entier a tel que $1 \leqslant a \leqslant N-1$, on a :
   $$u_a = pu_{a+1} + (1-p)u_{a-1}.$$
   (b) Vérifier que :
   $$u_a = \frac{\left(\frac{1-p}{p}\right)^a - \left(\frac{1-p}{p}\right)^N}{1 - \left(\frac{1-p}{p}\right)^N}.$$
   (c) Déterminer la limite de u_a lorsque $N \to +\infty$ et interpréter ce résultat.
2. Calculer la probabilité v_a pour que le casino soit ruiné si le joueur part avec une mise de a.
3. Calculer la somme $u_a + v_a$. En déduire la probabilité pour que le joueur et le casino s'affrontent indéfiniment.
4. Reprendre les calculs dans le cas où $p = \frac{1}{2}$.

Memo

- Comment calculer la probabilité d'un évènement sans condition ?
  - Compter les cas favorables/possibles
  - Calculer la probabilité du contraire
  - Décrire l'évènement comme une réunion d'évènements incompatibles
  - Utiliser un système complet
  - Utiliser la formule des probabilités composées
- Comment calculer la probabilité d'un évènement avec condition ?
  - Utiliser la définition
  - Inverser les conditionnements
  - Utiliser la formule de Bayes