

**Programme de colles: semaine 17.
semaine démarrant le 23 février**

Question de cours:

- $\text{card}(E \times F)$ avec E et F de cardinal fini (formule et démonstration)
- Lemme du capitaine: énoncé et démonstration combinatoire (pas avec les factorielles).
- $\text{card}\{(i, j, k) \in \llbracket 1, n \rrbracket^3, i + j + k = p\}$ (formule et preuve)
- Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Une urne U contient 1 jeton numéroté 1, 2 jetons numérotés 2 etc n jetons numérotés n . On dispose de n autres urnes numérotées de 1 à n telles que l'urne i contient i boules blanches et $n - i$ boules noires. On tire un jeton dans l'urne U . Si on tire un jeton numéroté i , on pioche une boule dans l'urne numérotée i . Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche? (exemple du cours)
- a est une racine de multiplicité m de P ssi $P^{(k)}(a) = 0$ pour tout $k \in \llbracket 0, m - 1 \rrbracket$ et $P^{(m)}(a) \neq 0$.
- intégrité de $\mathbb{K}[X]$ + si α racine de $P \in \mathbb{R}[X]$ alors $\bar{\alpha}$ est aussi racine de P .

Nous avons vu:

Les étudiants doivent savoir se ramener à des cardinaux connus: nb de parties d'un ensemble à n éléments, nb de parties à k éléments d'un ensemble à n éléments, nb de k -uplets d'un ensemble à n éléments, nb de k -uplets d'un ensemble à n éléments dont les coordonnées sont distinctes.

- Dénombrement: nb de parties d'un ensemble à n éléments, nb de parties à k éléments d'un ensemble à n éléments, nb de k -uplets d'un ensemble à n éléments, nb de k -uplets d'un ensemble à n éléments dont les coordonnées sont distinctes.
- Probabilité sur un univers fini (pas d'univers infini en PCSI !), définition, propriétés.
- Définition de probabilité conditionnelle. Formule d'inversion des conditionnements.
- Formule des probabilités composées.
- Définition de système complet d'événements. Formule des probabilités totales.
- Formule de Bayes.
- Définition d'événements indépendants, mutuellement indépendants.

Pas de variable aléatoire pour le moment. On rajoute les polynômes :

1. Définition d'un polynôme comme suite nulle à partir d'un certain rang.
2. Coefficient du produit de deux polynômes.
3. intégrité de $\mathbb{K}[X]$.
4. propriétés du degré.
5. polynôme dérivée: définition et propriétés.
6. Formule de Taylor pour les polynômes.
7. Définition de diviseurs et multiples.
8. division euclidienne

9. définition de polynômes irréductibles.
10. Caractérisation d'une racine par la division euclidienne, cas de deux racines distinctes.
11. Définition de racine multiple.
12. Caractérisation $P(X) = (X - a)^m Q(X)$ avec $Q(a) \neq 0$.
13. Caractérisation avec les dérivées.
14. Polynômes irréductibles sur $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$.
15. Décomposition en facteurs irréductibles sur $\mathbb{C}[X]$ puis sur $\mathbb{R}[X]$.
16. Polynômes scindés.
17. nb de racines comptées avec multiplicité majoré par le degré, égalité dans $\mathbb{C}$ ou si le polynôme est scindé du $\mathbb{R}$.
18. Relation coefficients/racines (seuls a_0 et a_{n-1} sont au programme).

Attention: pas de PGCD de polynômes ni de polynômes premiers entre eux!