

Indications du td 20

Indication 1 Montrer que la concaténation de deux bases des ssev forme une base de $\mathbb{R}_2[X]$.

Indication 2 Montrer qu'ils sont en somme directe et utiliser la dimension.

Indication 3 Montrer par analyse-synthèse que tout élément X de \mathbb{R}^3 s'écrit $X = a + b$ avec $(a, b) \in F \times G$ et utiliser l'expression de a trouvée dans la phase d'analyse pour déterminer le projeté.

Indication 4 1. Reasonner par l'absurde 2. Trouver un contre-exemple

Indication 6 Compléter une base de F .

Indication 7 1. Utiliser la division euclidienne.

2. Compléter la famille génératrice trouvée à la question 1.

3. Remarquer que pour tout $P \in F$, $\text{Vect}(1 + P)$ est un supplémentaire de F .

Indication 9 Exprimer une combinaison linéaire nulle de cette famille comme combinaison linéaire de la base.

Indication 10 Déterminer une base de G et la compléter en une base de \mathbb{R}^4 .

Indication 11 Montrer que la famille est génératrice et utiliser le système trouvé pour déterminer les coordonnées.

Indication 12 1. Montrer que la famille est libre en utilisant les racines

2. a) au travail b) pensez aux racines des L_i pour déterminer les coordonnées.

Indication 13 Déterminer la dimension de l'espace engendré.

Indication 14 Reasonner par équivalence pour caractériser la forme générale des éléments.

Indication 15 Déterminer la forme générale d'un élément de F .

Indication 16 Reasonner par double inclusion.

Indication 17 1. Reasonner par analyse/synthèse 2. Déterminer la dimension de F et G .

Indication 18 utiliser une matrice, déterminer $\text{Ker}(f)$ puis utiliser le thm du rang.

Indication 19 le thm du rang donne un sens. supposez n pair et envoyez la moitié des éléments sur 0_E et l'autre moitié sur les premiers.

Indication 20 Exprimer les images de la base canonique de \mathbb{R}^3 .

Indication 21 Montrer que la somme est directe et conclure avec le théorème du rang.

Indication 22 3. thm du rang 4. expliciter.

Indication 23 1. par équivalence 2. thm du rang 3. Prenez deux éléments non colinéaires.

Indication 24 1. Calculer $f \circ f$.

2. Résoudre $f(x, y, z, t) = (0, 0, 0, 0)$ et $f(x, y, z, t) = (x, y, z, t)$.

3. Exprimer $s(1, 2, 3, 4)$ en fonction de $f(1, 2, 3, 4)$.

Indication 25 Montrer que $\phi_A \circ \phi_A = \phi_A$ puis déterminer son noyau et son image.

Indication 26 Montrer que $s_A \circ s_A = id_{M_{31}(\mathbb{R})}$ puis déterminer $\text{Ker}(s_A + id)$ et $\text{Ker}(s_A - id)$.

Indication 27 prendre x_0 tel que $f(x_0) \neq 0$ et montrer que $g(x_0) = 0$ en calculant $f(x_0 + y)g(x_0 + y)$.

Indication 28 Reasonner avec les dimensions.

Indication 29 Montrer que tout élément s'écrit comme la somme de 3 éléments des ssev puis montrer l'unicité de l'écriture.

Indication 30 Compléter une base de F .

Indication 31 Compléter la famille $((X - 1)^2, (X + 1)^2)$ en une base de $\mathbb{R}_2[X]$.

Indication 32 Remarquer qu'elle est de cardinal 3 et montrer qu'elle est libre.

Indication 33 Déterminer une base de F et la compléter en une base de \mathbb{R}^4 .

Indication 34 Montrer que la famille est libre et déterminer les coordonnées sans calcul.

Indication 35 Déterminer une famille génératrice de F , remarquer qu'elle est libre pour la compléter.

Indication 36 Utiliser la division euclidienne

Indication 37 Utiliser une matrice, déterminer $\text{ker}(\varphi)$ puis utiliser le thm du rang.

Indication 38 Montrer que $f(\lambda U + V) = \lambda f(U) + V$ puis exprimer

Indication 39 Utiliser l'unicité de la division euclidienne pour déterminer une base, compter ses éléments puis compléter la famille en une base de $\mathbb{K}_n[X]$.

Indication 40 si la somme n'est pas directe, compléter une base de l'intersection en une base de F puis de G .

Indication 41 Montrer que $\text{Im}(u) = u(F)$.

Indication 42 1. montrer les deux inégalités 2. utilisez $\text{Im}(f + g) \subset \text{Im}(f) + \text{Im}(g)$ deux fois 3. utilisez tout ce qui précède + thm du rang.

Indication 43 Déterminer $\text{Im}\varphi$ et $\text{Ker}\varphi$.

Indication 44 Montrer que la famille obtenue à l'aide d'une base de $\text{Ker}(f)$ et des antécédents forme une base de E puis raisonner par analyse-synthèse avec cette base.

Indication 45 Par double implication.

Indication 46 1. montrer que les dimensions sont nécessairement des suites stationnaires 2. Si $x \in E$, alors $u_N x = U_{2N}(a)$ donc $x \in \text{Ker}(u^N) + \text{Im}(u^N)$ puis montrer que la somme est directe. 3. Utiliser $\text{Im}(u^{N+1}) = \text{Im}(u^N)$. 4. montrer que u_F est un endomorphisme injectif.

Indication 47 Si $x_0 \in E \setminus H$, alors $\text{Vect}(x_0) \oplus H = E$ puis traduire $u(x_0) \in E$

Indication 48 Procéder par disjonction de cas selon que $H_1 = H_2$ ou non.