

## Réponses du td 20

**Réponse 3**  $p(x, y, z) = \frac{x+y+z}{2} (1, 2, -1)$ .

**Réponse 4** 1. non 2. pas forcément.

**Réponse 5** La famille  $(E_{ij} + E_{ji})_{1 \leq i < j \leq n}$  concaténée avec  $(E_{ii})_{1 \leq i \leq n}$  est une base de  $S_n(\mathbb{K})$ ,  $(E_{ij} - E_{ji})_{1 \leq i < j \leq n}$  est une base de  $A_n(\mathbb{K})$ , leur concaténation est une base adaptée.

**Réponse 6**  $G = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4, x = y = 0\} = \text{Vect}((0, 0, 1, 0), (0, 0, 0, 1))$

**Réponse 7**  $\mathbb{R}$  est un supplémentaire de  $F$  dans  $\mathbb{R}_n[X]$ ,  $\forall k \in \llbracket 0, n \rrbracket$ ,  $\text{Vect}(1 + X^{k-1}(X-2))$  est un supplémentaire de  $F$  dans  $\mathbb{R}_n[X]$ .

**Réponse 8** non, non, non, si  $eb \neq 0$  oui, sinon non.

**Réponse 10**  $((3, 1, 0, 4), (2, 0, 1, 3))$  est une base de  $G$ ,  $\text{vect}((1, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 1))$  est un supplémentaire de  $G$  dans  $\mathbb{R}^4$ .

**Réponse 11**  $(3, -4, 2)$

**Réponse 12**  $L_1(X) = -\frac{1}{2}(X+2)(X-1)$ ,  $L_2(X) = \frac{1}{6}X(X-1)$ ,  $L_3(X) = \frac{1}{3}X(X+2)$ .

— Pour 1, les coordonnées sont  $(1, 1, 1)$ .

— Pour  $X$ , les coordonnées sont  $(0, -2, 1)$ .

— Pour  $X^2$ , les coordonnées de  $X^2$  sont  $(0, 4, 1)$ .

**Réponse 13** 1.  $k$ , 2.  $k-1$ , 3.  $\text{rg}(\mathcal{F}_3) = \begin{cases} k & \text{si } k \text{ est impair} \\ k-1 & \text{si } k \text{ est pair} \end{cases}$

**Réponse 14** 1.  $((3, 1, 0), (1, 0, 1))$ , 2.  $(3, 1, -4)$ , 3.  $\left( \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right)$ .

**Réponse 15**  $(X, X^2, X^3)$ , dimension 3.

**Réponse 17** 3